ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 MAI 1909.

PRÉSIDENCE DE M. BOUCHARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce qu'en raison des fêtes de la Pentecôte la séance du lundi 31 mai est remise au mardi 1er juin.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à S. A. S. le Prince Albert de Monaco, récemment élu Associé étranger, et l'invite à prendre place parmi ses Confrères.

PHYSIQUE. — *Sur une hypothèse relative à la nature de la pression intérieure dans les fluides*. Note de M. **E.-H. Amagat**.

Il résulte de considérations exposées dans une précédente Note (5 mai 1909) que la pression intérieure totale $\Pi' = \frac{p_0 v_0}{v} - p$ peut être considérée comme la somme de deux pressions dont la première π ou $T\frac{dp}{dt} - p$ se réduit à $\frac{\Sigma r \varphi(r)}{3v}$ dans le cas des grandes distances intermoléculaires, et la seconde π'' a pour valeur

$$\pi'' = \Pi' - \pi = \frac{p_0 v_0}{v} - T\frac{dp}{dt}. \tag{1}$$

C'est dans l'étude de cette pression π'' que nous devons chercher la nature des forces correspondantes dont nous avons été conduit à admettre l'existence (*loc. cit.*, n° 3).

1° Le calcul numérique des valeurs de π'' montre que pour tous les gaz, et contrairement à ce qui a lieu pour π et Π', cette fonction ne change jamais de signe ; pour une température donnée, ses valeurs, toujours négatives, croissent indéfiniment quand le volume diminue.

Remarquons maintenant qu'au degré près d'approximation de la loi $\frac{dv}{dt} = \varphi(v)$, π'' peut s'écrire

$$\pi'' = \frac{p_0 v_0}{v} - \mathrm{T}\frac{dp}{dt} = \mathrm{T}\left(\frac{1}{273 v} - \frac{dp}{dt}\right) = \mathrm{T} f(v) \quad (^1);$$

ainsi, sous volume constant, π'' est proportionnel à la température absolue. Comme du reste il est toujours négatif et qu'on a

$$\Pi' = \pi + \pi'',$$

π'' agit à l'encontre de l'attraction moléculaire et de la pression extérieure, tendant par suite à accroître le volume ; or, c'est précisément ce qui arriverait si un fluide parfait remplissait le volume intermoléculaire; nous sommes donc tout naturellement conduit à l'hypothèse d'un pareil fluide et par suite à chercher si celui-ci suit la loi de Mariotte ; s'il en est ainsi, nous devons avoir à température constante

$$(a) \qquad \pi''(v - \varepsilon) = \pi''_1(v_1 - \varepsilon) = \pi''_2(v_2 - \varepsilon) = \ldots,$$

ε étant le volume des molécules et $(v - \varepsilon)$, $(v_1 - \varepsilon)$, $(v_2 - \varepsilon)$, ... les volumes occupés par le fluide hypothétique sous les pressions π'', π''_1, π''_2, ... Si donc nous calculons par la relation précédente de proche en proche les valeurs successives de ε, nous devrons trouver une valeur constante. Les résultats de ce calcul, pour l'azote à zéro, sont consignés au Tableau ci-contre (colonne ε); les volumes successifs correspondent aux pressions extérieures inscrites à la colonne P.

On voit que la valeur de ε, le volume diminuant, diminue aussi jusque sous une pression de 1600^atm environ, à partir de laquelle elle reste très sensiblement constante; ses oscillations autour d'une valeur moyenne égale à 0,001125 sont évidemment attribuables aux erreurs expérimentales. Dorénavant je désignerai par α cette valeur limite de ε ou covolume. Comme du reste π'' est de la forme $\mathrm{T}\varphi(v)$, la valeur de α sera indépendante de la température, ce qui devait être.

Si, après avoir déterminé la valeur numérique de α, on pose

$$\frac{\pi''}{\pi''_1} = \left(\frac{v_1 - \alpha}{v - \alpha}\right)^{x''_\alpha},$$

(1) Remplacer ici $p_0 v_0$ par $\frac{\mathrm{T}}{273}$ comporte une erreur de l'ordre de grandeur de l'écart de la loi de Mariotte entre les pressions infiniment petites et la pression normale, ce qui n'entraîne surtout, pour les calculs relatifs aux fortes pressions, qu'une erreur relativement négligeable.

on devra trouver, en faisant de proche en proche le calcul de x''_α, une valeur constante et égale à l'unité à partir du volume pour lequel la loi de Mariotte commence à être suivie ; pour les valeurs plus grandes du volume, le Tableau montre que les valeurs successives de x''_α croissent avec lui ; je reviendrai plus loin sur ce point [1].

Azote à 0°.

P.	π.	Π'.	π''.	x.	x'.	x''.	x''_α.	ε.
atm	atm	atm	atm					
1.....	0,0025	0,00040	−0,0021	2,00	2,00	2,00	2,00	
100.....	26	+ 0,9	− 25,1	1,98				0,00982
200.....	92	− 7,5	− 99,5	1,95	4,95	2,14	1,83	0,00345
300.....	176	− 3,6	− 212	2,05	4,30	2,39	1,79	0,00254
400.....	250	− 82	− 332	1,88	4,37	2,40	1,63	0,00200
500.....	313	− 140	− 453	1,84	4,33	2,51	1,50	0,00179
600.....	374	− 206	− 577	1,99	4,42	2,71	1,64	0,00168
700.....	426	− 279	− 692	1,89	4,91	2,64	1,47	0,00153
800.....	468	− 355	− 811	1,67	4,51	2,47	1,50	0,00151
900.....	495	− 435	− 921	1,26	4,35	2,89	1,42	0,00144
1000.....	512	− 517	−1029	0,87	4,62	2,88	1,25	0,00137
1100.....	523	− 601	−1123	0,67	4,75	2,76	1,26	0,00129
1200.....	531	− 686	−1217	0,52	4,64	2,76	1,22	0,00126
1300.....	536	− 773	−1311	0,35	4,63	2,71	1,23	0,00125
1400.....	538	− 860	−1399	0,16	4,62	2,80	1,13	0,00120
1500.....	539	− 949	−1488	0,01	4,57	2,86	1,14	0,00120
1600.....	538	−1038	−1575	−0,01	4,60	2,91	1,13	0,00118
1700.....	537	−1127	−1663	−0,10	4,20	2,85	1,08	0,00114
1800.....	534	−1217	−1751	−0,33	4,18	2,92	1,06	0,00114
1900.....	528	−1308	−1834	−0,74	4,98	3,05	1,07	0,00115
2000.....	521	−1399	−1915	−0,89	4,51	2,90	1,00	0,00114
2100.....	504	−1491	−1995	−1,42	4,68	2,99	1,00	0,00113
2200.....	498	−1583	−2075	−2,00	4,65	3,07	0,99	0,00110
2300.....	482	−1675	−2155	−2,77	4,79	3,26	1,01	0,00114
2400.....	465	−1768	−2234	−3,27	4,91	3,28	1,08	0,00111
2500.....	446	−1862	−2308	−4,24	5,30	3,31	1,00	0,00110
2600.....	425	−1956	−2382	−5,03	5,07	3,28	1,03	0,00109
2700.....								0,00110

[1] Comme x et x' tendent vers 2, pour les volumes de plus en plus grands, il doit évidemment en être de même pour x'' tiré de $\frac{\pi''}{\pi''_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^{x''}$; cela résulte de (1); par suite encore, il doit en être de même pour x''_α, l'influence du covolume étant d'autant moindre que le volume est plus grand.

2° Revenons maintenant à la variation de π'' avec la température sous volume constant; on tire de (1) dans ces conditions

$$\frac{d\pi''}{dt} = \frac{1}{273\,v} - \frac{dp}{dt};$$

d'autre part, si le fluide hypothétique se conduit comme gaz parfait, on doit avoir

$$\pi''(v - \alpha) = \mathrm{RT};$$

par suite, puisque R dans ce cas est égal à $\frac{1}{273}$,

$$\frac{d\pi''}{dt} = \frac{1}{273(v - \alpha)},$$

d'où enfin

$$\frac{1}{273\,v} - \frac{dp}{dt} = \frac{1}{273(v - \alpha)}.$$

Le Tableau suivant relatif à l'azote montre que le rapport des valeurs des deux membres de cette égalité tend vers l'unité, au fur et à mesure qu'on se rapproche du volume pour lequel ε, ayant atteint sa valeur limite α, la loi de Mariotte est observée. Le fluide hypothétique se conduit alors, sous tous les rapports, absolument comme le ferait un gaz parfait.

Azote à zéro.

P.	$\frac{dp}{dt} - \frac{1}{273\,v}$.	$\frac{1}{273(v - \alpha)}$.	Rapport des deux expressions.
atm			
1	0,000009	0,00366	0,0025
100	0,128	0,417	0,307
200	0,361	0,900	0,401
300	0,776	1,377	0,536
500	1,674	2,213	0,756
1000	3,768	3,879	0,971
1500	5,449	5,266	1,035
2000	7,028	6,803	1,031
2600	8,715	8,562	1,018

Pour des pressions plus faibles, au fur et à mesure que le volume devient de plus en plus grand, le rapport de la première expression à la seconde devient de plus en plus petit; π'' continue toujours, sous volume constant, à être proportionnel à T, mais le coefficient de proportionnalité devient de plus en plus inférieur à ce qu'il serait pour un gaz parfait.

3° Tous ces résultats s'expliquent facilement, si l'on complète comme il convient, l'hypothèse faite plus haut.

Le fluide idéal hypothétique, un éther compressible si l'on veut, serait d'une subtilité infiniment grande; les parois des vases seraient perméables pour lui, on ne pourrait l'y comprimer; il faut donc qu'il soit retenu par la matière, et l'hypothèse la plus vraisemblable est qu'il formerait de petites atmosphères de densité décroissante depuis la partie centrale autour de chaque groupement moléculaire.

On conçoit bien que l'ensemble d'un fluide ainsi constitué puisse, quoique non homogène, transmettre aux parois une pression proportionnelle à la température absolue, à volume constant, mais avec un coefficient de proportionnalité affaibli par la dégradation des atmosphères, ainsi que cela a lieu. Il serait beaucoup plus difficile de comprendre comment, dans ces conditions, la loi de Mariotte pourrait être suivie, et en effet nous avons vu qu'elle ne l'est pas; mais, le volume devenant de plus en plus petit, les atmosphères se pénétrant tendent à former un ensemble de plus en plus homogène et dont la loi de compression, par suite, se rapproche de plus en plus de la loi de Mariotte; cette loi finira par être observée à partir d'un volume suffisamment petit, et c'est bien en effet ce qui arrive, ainsi que nous l'avons vu.

Au contraire, pour des volumes de plus en plus grands, il est facile de voir que les valeurs du covolume ε tirées de la relation

$$\pi''(v-\varepsilon) = \pi''_1(v_1-\varepsilon)$$

ne peuvent que croître; dans ces conditions, en effet, ε finit par devenir l'expression purement algébrique de la valeur que devrait avoir le covolume pour rendre l'espace intermoléculaire assez petit et, par suite, le fluide idéal assez homogène pour que la loi de Mariotte soit observée; ε ne peut donc qu'augmenter avec le volume. C'est bien aussi ce qui a lieu, ainsi que nous le savons.

Enfin, il est facile de voir qu'à cet accroissement de volume doit correspondre aussi un accroissement de la valeur de x''_α; supposons, en effet, que dans la relation précédente on ait $\pi''_1 > \pi''$ et, par suite, $v > v_1$.

La fraction $\frac{v}{v_1}$ étant plus grande que l'unité et ε étant forcément plus grand que α, on a

$$\frac{v-\varepsilon}{v_1-\varepsilon} > \frac{v-\alpha}{v_1-\alpha} > \frac{v}{v_1}$$

et, par suite, si l'on pose

$$\frac{\pi''_1}{\pi''} = \left(\frac{v-\varepsilon}{v_1-\varepsilon}\right)^{x''_\varepsilon} = \left(\frac{v_1-\alpha}{v-\alpha}\right)^{x''_\alpha} = \left(\frac{v}{v_1}\right)^{x''},$$

on aura, en remarquant que x''_ε est évidemment égal à l'unité, $x'' > x''_\alpha > 1$. C'est bien ce que montrent les Tableaux.

Des calculs analogues répétés avec l'acide carbonique, l'éthylène, l'oxygène et l'air ont conduit aux mêmes conclusions.

Enfin, j'ai cru intéressant d'étudier un liquide proprement dit, j'ai choisi l'éther ordinaire; les résultats relatifs à ce corps entre 50^{atm} et 3000^{atm} et à la température de zéro sont consignés au Tableau qui suit :

Éther ordinaire à 0°.

P.	π.	Π'.	π''.	x.	x'.	x''.	x''_α.	ε.
atm	atm	atm	atm					
1	2729	225,1	—2504	2,02	— 32,7	4,75	1,56	0,786
50	2769	177,8	—2591	1,33	— 47,4	4,18	1,45	0,753
100	2794	129,3	—2665	1,04	—113,7	3,92	1,33	0,730
200	2830	32,1	—2798	0,53	[— ∞ / + ∞]	3,92	1,30	0,720
300	2845	— 65,5	—2910	0,52	+ 95,6	3,88	1,26	0,713
400	2860	— 163,2	—3023	0,26	+ 53,8	3,62	1,24	0,705
500	2866	— 261,1	—3127	0,12	+ 39,3	3,97	1,24	0,705
600	2870	— 359,1	—3229	—0,28	+ 38,2	3,61	1,11	0,675
700	2863	— 457,3	—3320	—0,89	+ 36,5	3,36	1,01	0,652
800	2845	— 455,6	—3400	—0,93	+ 12,1	3,41	1,01	0,655
900	2827	— 453,0	—3280	—1,63	+ 22,2	3,29	0,96	0,638
1000	2802	— 752	—3554	—1,26	+ 20,8	3,46	1,00	0,647
1100	2777	— 851	—3628	—1,65	+ 19,1	3,44	1,00	0,642
1200	2750	— 950	—3700	—1,76	+ 18,1	3,55	0,99	0,647
1300	2724	—1048	—3772	—1,80	+ 17,5	3,69	1,02	0,653
1400	2698	—1147	—3845	—2,19	+ 16,3	3,69	1,01	0,648
1500	2669	—1246	—3915	—2,20	+ 15,5	3,50	0,94	0,635
1600	2640	—1344	—3984	—2,10	+ 14,9	3,79	0,95	0,648
1700	2613	—1443	—4056	—2,22	+ 14,5	3,89	1,04	0,652
1800	2587	—1542	—4129	—2,83	+ 14,3	3,71	0,96	0,653
1900	2555	—1641	—4196	—2,69	+ 13,8	3,87	0,99	0,634
2000	2526	—1740	—4266	—2,56	+ 14,1	3,79	0,96	0,637
2100	2491	—1839	—4330	—2,35	+ 13,6	3,89	0,97	0,638
2200	2468	—1940	—4408	—3,18	+ 13,3	4,85	1,19	0,669
2300	2439	—2038	—4476	—3,51	+ 12,6	3,99	0,97	0,657
2400	2407	—2136	—4543	—3,62	+ 12,9	4,26	1,03	0,654
2500	2377	—2235	—4512	—3,76	+ 12,9	4,35	1,03	0,654
2600	2347	—2334	—4681	—4,13	+ 12,5	4,33	1,02	0,649
2700	2315	—2433	—4748	—4,29	+ 12,5	4,42	1,03	0,656
2800	2284	—2532	—4816	—5,16	+ 12,9	4,48	1,00	0,647
2900	2249	—2631	—4880	—5,39	+ 12,0	4,08	0,97	0,644
3000	2212	—2730	—4942					

On voit que le fluide hypothétique y suit la loi de Mariotte depuis 800^{atm} environ jusqu'à la limite supérieure des pressions; la moyenne trouvée pour le covolume α est 0,6482. Ce chiffre se rapporte à la masse occupant *à l'état liquide* un volume égal à l'unité à zéro sous la pression normale.

4° Nous avons vu que les nouvelles forces dont le viriel devait être introduit dans la relation (1) de la précédente Note (*loc. cit.*, n° 3) ne doivent introduire aucun terme nouveau à la place de $\frac{du}{dv}$; voyons si π'' satisfait à cette condition. Pour cela, remarquons que, dans le cas spécifié, les seuls travaux autres que $(p+\pi')\,dv$, qui peuvent figurer dans le terme $l\,dv$, sont : celui provenant des actions qui peuvent s'exercer entre les molécules et leurs atmosphères, et celui qui résulterait de la pression intérieure du fluide qui constitue ces atmosphères; or, d'une part, cette pression intérieure est nulle, le fluide étant parfait; et quant au premier travail, il est facile de voir qu'il doit devenir de plus en plus petit en même temps que $\frac{du}{dv}$, ce qui, du reste, s'accorde parfaitement avec le fait de la diminution du coefficient de proportionnalité relatif à l'accroissement de pression avec la température sous volume constant.

On voit que finalement le terme $l\,dv$ ne contiendra, dans le cas des grandes distances intermoléculaires, outre $(p+\pi')\,dv$, que des termes très petits; ces termes peuvent être de l'ordre de grandeur des écarts de la loi $\frac{dp}{dt}=\varphi(v)$; ils ne seraient pas de nature à masquer cette loi ni les autres lois principales, et pourraient en expliquer les perturbations.

5° Revenons maintenant à l'expression de la force intermoléculaire $\frac{K}{r^4}$.

Si les propriétés de la masse mécanique sont conservées ici, si les groupements sont ce qu'on se les figure généralement, s'il n'y a lieu de considérer que des forces $\varphi(r)$ s'exerçant entre les centres de tels groupements, tous identiques et constituant les molécules (ce qui précède ne suppose aucune hypothèse à cet égard), K devra être proportionnel au carré de la masse moléculaire, et il est facile de voir qu'il en sera de même de $\frac{\Sigma r\,\varphi(r)}{3v}$.

Ceci étant, comparons les divers fluides à l'état de gaz suffisamment parfaits, pris sous même volume et dans les mêmes conditions de pression et de température; si pour chacun d'eux le nombre des molécules est le même ainsi qu'on l'admet, le nombre des termes de la sommation $\Sigma r\,\varphi(r)$ sera le même (nombre de combinaisons des molécules deux à deux) et les valeurs

de π, qui dans ce cas se réduisent à π', devront être dans le rapport des carrés des poids moléculaires. Si l'on compare d'abord les gaz simples : hydrogène, azote, oxygène, chlore, les valeurs correspondantes de π' : 2,7 — 24,6 — 27,3 — 459, sont loin d'être dans le rapport en question; mais on peut remarquer que leurs valeurs croissent dans le même ordre que les poids moléculaires; si maintenant nous comparons les gaz simples et les gaz composés, cette remarque ne se vérifie même plus, les valeurs de π' sont beaucoup trop fortes pour les gaz composés. Or, il est facile de montrer (tout au moins dans le cas de groupements identiques qu'on fractionne en un même nombre de parties) qu'à masse égale la valeur de π' croît avec le nombre de termes de la sommation ; on peut donc se demander si la sommation réelle ne correspond pas à des groupements différents de ceux que nous avons supposés, ce qui évidemment changerait le rapport des valeurs de π' pour les divers fluides. On voit par là l'intérêt qu'il y aurait à examiner le cas des fluides dont la molécule est considérée comme monoatomique.

Il serait également intéressant d'examiner comment ces considérations peuvent se rattacher à la notion des états correspondants ; j'espère pouvoir revenir sur ces différentes questions.

NOMINATIONS.

M. le **Président de la Reale Accademia dei Lincei** adresse à l'Académie un Rapport relatif à la prochaine réunion de l'Association internationale des Académies, qui se tiendra du 1er au 3 juin prochain au palais Corsini, à Rome.

M. **G. Darboux**, précédemment délégué, représentera l'Académie à cette réunion.

L'Académie désigne, pour la représenter à l'inauguration de la statue de *Lamarck*, qui aura lieu le dimanche 13 juin au Muséum d'Histoire naturelle, sous la présidence de M. le Président de la République :

M. le Président de l'Académie et MM. **Bornet**, **Guignard**, **Chatin**, **Delage**.

M. le **Ministre de la Guerre** annonce à l'Académie qu'il a ouvert un

Concours pour l'étude d'un projet de ballon dirigeable d'un volume de 6500^{m^3} environ, capable de marcher à la vitesse propre de 50^{km} à l'heure.

M. le Ministre exprime le désir de voir un Membre de l'Académie faire partie de la Commission chargée d'examiner les résultats de ce Concours et de classer les projets présentés.

L'Académie désigne, pour faire partie de la Commission, M. **Maurice Levy.**

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Gesammelte mathematische Werke von L. Fuchs, herausgegeben von Richard Fuchs und Ludwig Schlesinger; dritter Band.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur la déformation infiniment petite des surfaces réglées.* Note de M. **J. Haag.**

Dans les *Comptes rendus* de la séance du 19 avril dernier, j'ai indiqué une solution du problème de la déformation infiniment petite des surfaces réglées. J'ai appris depuis que M. Goursat avait déjà résolu cette question, au moins dans le cas où il n'y a pas de plan directeur, et j'ai reconnu qu'il avait établi les formules (5) et (6) de la Note citée ci-dessus. Il a même indiqué un moyen permettant de se débarrasser des quadratures (*Comptes rendus*, 9 mars 1896).

Voici maintenant quelques conséquences intéressantes que j'ai tirées de ces formules et qui, cette fois, sont peut-être nouvelles.

Tout d'abord, il y a lieu d'introduire les trois fonctions λ, μ, ν, qui sont telles que les fonctions a, b, c de α, qui servent à définir la surface réglée (S), soient trois solutions particulières de l'équation

$$\theta''' + \lambda\theta'' + \mu\theta' + \nu\theta = 0. \tag{1}$$

Si l'*on remplace maintenant* a, b, c *par trois solutions quelconques de cette équation, on obtient des surfaces réglées qui se déduisent toutes de l'une d'elles par la transformation homographique la plus générale qui conserve le plan de l'infini.* Ceci permet de simplifier beaucoup certaines questions. C'est ainsi

qu'on trouve sans peine que *la condition nécessaire et suffisante pour que la ligne de paramètre* β *soit une droite* est qu'on ait

$$2\lambda + 2\mu(\alpha+\beta) + \nu(\alpha+\beta)^2 = 0.$$

Nous allons indiquer maintenant quelques propriétés qu'on obtient en appliquant au cas particulier actuel les théories générales relatives à la déformation infiniment petite d'une surface quelconque (voir Darboux, *Théorie des surfaces,* t. IV, Chap. III).

On sait que M. Guichard a montré comment on pouvait obtenir la congruence (G) la plus générale telle que les lignes asymptotiques se correspondent sur les deux nappes (S) et (Σ) de la surface focale. J'ai été conduit à me demander *si ces deux nappes ne pouvaient pas être des surfaces réglées dont les génératrices se correspondent.* J'ai reconnu d'abord qu'on obtenait la solution la plus générale de ce problème en associant, à une surface réglée quelconque (S), la surface (Σ) (en conservant les notations employées par M. Darboux dans son Ouvrage) qui correspond au cas où la fonction arbitraire B relative à la déformation infiniment petite de (S) est nulle, la fonction A restant arbitraire (voir la Note rappelée ci-dessus).

Ceci permet donc de résoudre complètement le problème sans aucune quadrature.

Mais on peut présenter la solution sous une forme plus élégante.

Introduisons la surface (Σ) en la rapportant, elle aussi, à ses lignes asymptotiques α_1 et β_1. Soient a_1, b_1, c_1 les trois fonctions de α_1 qui déterminent cette surface. Enfin posons

$$x_0 = \int (b'c'' - c'b'')\,d\alpha, \qquad x_1 = \int (b'_1 c''_1 - c'_1 b''_1)\,d\alpha_1.$$

Les surfaces (S) et (Σ) seront les deux nappes de la surface focale d'une congruence (G), si l'on a

$$(2)\qquad \begin{cases} (\alpha - \alpha_1)(a' - a'_1) = 2(a + a_1), \\ x_1 - x_0 = c'b'_1 - b'c'_1, \end{cases}$$

et les relations analogues. Dans ces relations, les dérivées des lettres sans indice sont prises par rapport à α; celles des lettres affectées de l'indice 1 sont prises par rapport à α_1; enfin α_1 est une fonction de α qu'on peut choisir arbitrairement, et qui sert à définir la correspondance entre les génératrices D de (S) et Δ de (Σ). La correspondance entre les points de deux génératrices homologues est donnée par $\beta_1 = \beta$.

Le problème de la recherche des congruences précédentes est équivalent au suivant : *Trouver une famille de quadriques* (Q) *dépendant d'un paramètre,*

telle que chaque surface de la famille touche son enveloppe suivant un quadrilatère gauche. Si l'on adopte, par exemple, les notations précédentes, l'équation générale des quadriques qui correspondent au couple de surfaces (S) et (Σ) considéré est

$$2(PQ_1 - QP_1) + (\alpha_1 - \alpha)QQ_1 = 0, \tag{3}$$

où l'on a posé

$$P = Sa(x - x_0), \quad Q = Sa'(x - x_0), \quad P_1 = Sa_1(x - x_1), \quad Q_1 = Sa'_1(x - x_1).$$

Le quadrilatère de contact jouit de la propriété suivante : *La surface réglée engendrée par chaque côté admet pour tangentes asymptotiques les deux côtés qui rencontrent celui-ci.*

Réciproquement, tout quadrilatère jouissant de cette propriété peut être obtenu de la façon précédente.

On peut encore donner une autre forme à la solution de ces problèmes. Si l'on pose

$$R = Sa''(x - x_0) \quad \text{et} \quad \delta = \| a, a', a'' \|,$$

l'équation d'une quadrique (Q) peut s'écrire

$$2PR - Q(Q - 2\delta) + t(P - mQ)(P - nQ) = 0, \tag{4}$$

les trois fonctions t, m, n étant liées par les deux relations

$$\left\{ \begin{aligned} t(m - n)(1 - 2m') &= 2(\lambda + 2m\mu + 2m^2\nu), \\ t(n - m)(1 - 2n') &= 2(\lambda + 2n\mu + 2n^2\nu). \end{aligned} \right. \tag{5}$$

Trois des côtés du quadrilatère de contact ont alors pour équations

$$(D) \left\{ \begin{aligned} P &= 0, \\ Q &= 0, \end{aligned} \right. \qquad (d) \left\{ \begin{aligned} P &= mQ, \\ 2mR &= Q - 2\delta, \end{aligned} \right. \qquad (d') \left\{ \begin{aligned} P &= nQ, \\ 2nR &= Q - 2\delta. \end{aligned} \right.$$

On voit qu'*on peut se donner arbitrairement l'ensemble des droites d,* pourvu qu'elles soient tangentes asymptotiques de (S). *La famille des droites opposées d' est alors déterminée par une équation de Riccati.*

Signalons, pour terminer, quelques cas particuliers intéressants :

Si $t = 0$, la quadrique (Q) est *l'hyperboloïde osculateur à* (S) *le long de* D. Les fonctions m et n sont alors les deux racines de l'équation

$$\lambda + 2m\mu + 2m^2\nu = 0,$$

de sorte que, *pour que l'hyperboloïde soit constamment osculateur à une seconde*

surface réglée, il faut et suffit qu'on ait

$$\mu^2 - 2\lambda\nu = 0.$$

Pour que le quadrilatère de contact ait deux côtés consécutifs parallèles, il faut et suffit qu'on ait par exemple $m = 0$; la famille correspondante de quadriques est toujours déterminée par une équation de Riccati. *Pour que les deux autres côtés du quadrilatère soient aussi parallèles*, il faut et suffit qu'on ait

$$\lambda' = \mu.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations mixtes linéaires.* Note de M. G. **Bratu**, présentée par M. Émile Picard.

1. Appelons *équation différentielle intégrale* ou *équation mixte* d'ordre (n, m) une équation fonctionnelle de la forme

$$\mathrm{F}[x, f(x), f'(x), \ldots, f^{(n)}(x)] + \int_a^b \Phi[x, s, f(s), f'(s), \ldots, f^{(m)}(s)] = 0,$$

où les fonctions $\mathrm{F}(x_1, x_2, \ldots, x_{n+2})$ et $\Phi(x_1, x_2, \ldots, x_{m+3})$ sont données, $f(x)$ étant une fonction à déterminer. Des cas particuliers de ces équations ont été étudiés par MM. Burgatti (¹) et Bounitsky (²).

2. Nous allons donner la solution générale d'une équation mixte linéaire d'ordre (n, m). Considérons l'équation

$$f^{(n)}(x) + \sum_{j=0}^{n-1} \mathrm{A}_j(x) f^{(j)}(x) - \int_a^b \sum_{i=0}^{m} k_i(x, s) f^{(i)}(s)\, ds = \psi(x), \tag{1}$$

dans laquelle les fonctions $\mathrm{A}_j(x)$, $k_i(x, s)$, $\psi(x)$ sont données. En posant

$$g(x) = \int_a^b \sum_{i=0}^{m} k_i(x, s) f^{(i)}(s)\, ds + \psi(x),$$

l'équation (1) devient

$$f^{(n)}(x) + \mathrm{A}_{n-1}(x) f^{(n-1)}(x) + \ldots + \mathrm{A}_0(x) f(x) = g(x). \tag{2}$$

Soient $f_1, f_2, \ldots, f_n$ un système fondamental d'intégrales de l'équation (2)

(¹) Burgatti, *Lincei Rendiconti*, 2ᵉ semestre 1903.

(²) E. Bounitsky, *Bull. des Sciences mathématiques*, janvier 1908.

sans second membre, $\delta(t)$ le wronskien correspondant, $d(x, t)$ le déterminant qu'on déduit de $\delta(t)$ lorsqu'on y remplace chaque élément $f_i^{(n-1)}(t)$ par $f_i(x)$ $(i=1, 2, \ldots, n)$, et posons

$$\mathrm{U}(x, t)=\frac{d(x, t)}{\delta(t)},$$

$$\sigma(x)=\mathrm{C}_1 f_1(x)+\mathrm{C}_2 f_2(x)+\ldots+\mathrm{C}_n f_n(x),$$

$\mathrm{C}_1, \mathrm{C}_2, \ldots, \mathrm{C}_n$ étant des constantes arbitraires. La solution générale de l'équation (2) est

$$f(x)=\int_0^x \mathrm{U}(x, t)\, g(t)\, dt+\sigma(x). \tag{3}$$

Posons de même

$$\mathrm{U}^i(x, t)=\frac{\partial^i \mathrm{U}}{\partial x^i}, \qquad \mathrm{X}_k=\mathrm{U}^k(x, x), \qquad \mathrm{D}_{n+p}^i=\sum_{j=i}^{p-1} \mathrm{C}_j^i \mathrm{X}_{n+p-j-1}^{(j-i)},$$

et remarquons qu'on a $\mathrm{X}_i=0$ $(i=0, 1, 2, \ldots, n-2)$ et $\mathrm{X}_{n-1}=1$.

La formule (3) donne par des dérivations successives

$$(4) \left\{\begin{array}{ll} f^{(i)}(x)=\displaystyle\int_a^x \mathrm{U}^i(x, t)\, g(t)\, dt+\sigma^{(i)}(x) & (i<n), \\ f^{(n+p)}(x)=\displaystyle\sum_{i=0}^{p} \mathrm{D}_{n+p}^i(x)\, g^{(i)}(x)+\int_a^x \mathrm{U}^{(n+p)}(x, t)\, g(t)\, dt+\sigma^{(n+p)}(x) & (p \geqq 0). \end{array}\right.$$

Ceci étant, écrivons l'équation (1) symboliquement sous la forme

$$\mathrm{P} f(x)-\mathrm{I}_a^b f(s)=\psi(x),$$

$\mathrm{P} f(x)$ étant un *polynome différentiel* en f d'ordre n.

Nous distinguerons trois cas :

1° $n>m$. En remplaçant dans l'équation (1) $f(x)$ et ses dérivées par les expressions données par les formules (4) et en posant

$$h(x, t)=\mathrm{I}_t^b \mathrm{U}(s, t), \qquad \chi(x)=\mathrm{I}_a^b \sigma(s)+\psi(x),$$

l'équation mixte donnée devient l'équation de Fredholm

$$g(x)-\int_a^b h(x, t)\, g(t)\, dt=\chi(x).$$

2° $n=m$. On trouve l'équation intégrale

$$g(x)-\int_a^b h_1(x,t)\,g(t)\,dt=\chi(x),$$

si l'on a posé $h_1(x,t)=k_n(x,t)+h(x,t)$.

3° $n<m$. En faisant les mêmes substitutions et en posant

$$h_p(x,s)=\sum_{j=p}^{m-n} k_{n+j}(x,s)\,D_{n+j}^p(s),$$

l'équation (1) devient l'équation mixte d'ordre $(0, m-n)$

$$g(x)-\int_a^b\left[\sum_{p=0}^{m-n} h_p(x,t)\,g^{(p)}(t)+h(x,t)\,g(t)\right]dt=\chi(x).$$

En intégrant par parties sous le signe somme, comme l'a fait M. Bounitsky, on ramène facilement cette dernière équation à une équation de Fredholm. Connaissant $g(x)$, la solution de l'équation (1) s'obtient ensuite par la formule (3).

3. Considérons en particulier l'équation mixte d'ordre $(n, 0)$

$$\text{(5)}\qquad \mathrm{P}\,f(x)-\lambda\int_a^b k(x,s)\,f(s)\,ds=\psi(x),$$

et convenons d'appeler T de $f(t)$ l'expression

$$\mathrm{T}\,f(t)=\int_0^x \mathrm{U}(x,t)\,f(t)\,dt.$$

I. *La solution $f(x)$ de l'équation (5) est la solution d'une équation de Fredholm dont le noyau est $\mathrm{T}\,k(t,s)$ et dont le second membre est la somme de $\mathrm{T}\,\psi(t)$ et de l'intégrale générale de l'équation*

$$\mathrm{P}\,f(x)=0.$$

Posons enfin

$$\mathrm{T}_n f(t_1,t_2,\ldots,t_n)=\int_0^{x_n}\mathrm{U}(x_n,t_n)\int_0^{x_{n-1}}\mathrm{U}(x_{n-1},t_{n-1})\ldots$$
$$\times\int_0^{x_1}\mathrm{U}(x_1,t_1)\,f(t_1,t_2,\ldots,t_n)\,d(t_1,t_2,\ldots,t_n).$$

La solution de l'équation (5) dépend d'une *fonction déterminante* entière

en λ, analogue à $D(\lambda)$ de M. Fredholm et ayant pour expression

$$\Delta_k(\lambda) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-\lambda)^n}{n!} \int_a^b \cdots \int_a^b T_n k \begin{pmatrix} t_1, t_2, \ldots, t_n \\ s_1, s_2, \ldots, s_n \end{pmatrix} d(x_1, x_2, \ldots, x_n).$$

Ses mineurs $\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_p$ ont des expressions semblables.

II. *Dans le cas $\Delta_k(\lambda) \neq 0$ la solution de l'équation (5) existe toujours et dépend linéairement de n constantes arbitraires.*

Dans le cas $\Delta = \Delta_1 = \ldots = \Delta_{p-1} = 0$, mais $\Delta_p \neq 0$, si $p < n$ la solution dépend encore de n constantes arbitraires; si $p > n$ l'équation (5) n'a pas en général de solution; mais, si $p - n$ équations de condition sont satisfaites, l'équation (5) a une solution dépendant linéairement de p constantes arbitraires [1].

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la somme des n premiers coefficients d'une série de Taylor.* Note [2] de M. **Carl Hansen**, présentée par M. Émile Picard.

Soit $f(s)$ une fonction analytique qui admet le développement

$$f(s) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n s^n, \qquad |s| < 1. \tag{1}$$

Désignons par $M(\rho)$ le maximum du module de $f(s)$ sur le cercle $|s| = \rho$ et par C_n la somme des n premiers coefficients du développement (1). Nous allons démontrer l'inégalité

$$|C_n| < \frac{5\sqrt{2}}{\rho^{n+1}}[M(\rho) + \varepsilon(n)],$$

quelle que soit la valeur de ρ plus petite que l'unité, $\varepsilon(n)$ étant une quantité qui tend vers zéro avec $\frac{1}{n}$; inégalité rappelant celle de Cauchy pour un seul coefficient c_n. Pour le montrer, nous remarquons d'abord qu'on a

$$\frac{f(s)}{1-s} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n s^n, \qquad |s| < 1.$$

---

[1] Dans un cas particulier où np conditions sont remplies, la solution dépend de $n + p$ constantes arbitraires.

[2] Présentée dans la séance du 17 mai 1909.

Remplaçons s par $\rho e^{i\theta}$ et désignons la partie réelle de $f(\rho e^{i\theta})$ par A, la partie imaginaire par B. Posons en outre $C_n = \alpha_n + i\beta_n$, α et β étant réels; on trouve alors par un calcul élémentaire

$$\alpha_n = I_1 + I_2 + I_3, \tag{2}$$

ayant posé

$$I_1 = \frac{1}{\pi\rho^n}\int_0^{2\pi} \frac{2\,B\sin^2\frac{\theta}{2}\sin n\theta}{1-2\rho\cos\theta+\rho^2}\,d\theta, \qquad I_2 = \frac{1-\rho}{\pi\rho^n}\int_0^{2\pi}\frac{B\cos\theta\sin n\theta}{1-2\rho\cos\theta+\rho^2}\,d\theta,$$

$$I_3 = \frac{1}{\pi\rho^{n-1}}\int_0^{2\pi}\frac{A\sin\theta\sin n\theta}{1-2\rho\cos\theta+\rho^2}\,d\theta.$$

Pour la quantité β_n on trouve une expression analogue. On voit aisément qu'on a

$$|I_1| < \frac{1}{\rho^{n+1}}M(\rho) \tag{3}$$

et

$$|I_2| < \frac{1}{\rho^{n+1}}M(\rho). \tag{4}$$

Considérons maintenant l'intégrale I_3 et désignons pour le moment la fonction A, qui est une fonction de ρ et θ, par $A(\rho, \theta)$. Pour abréger, nous posons $A(\rho, \theta) + A(\rho, -\theta) = F(\rho, \theta)$. L'intégrale I_3 peut s'écrire $I_3 = I_4 + I_5$ où

$$I_4 = \frac{1}{\pi\rho^{n-1}}\int_0^{\theta_1} F(\rho, \theta)\frac{\sin\theta\sin n\theta}{1-2\rho\cos\theta+\rho^2}\,d\theta$$

et

$$I_5 = \frac{1}{\pi\rho^{n-1}}\int_{\theta_1}^{\pi} F(\rho, \theta)\frac{\sin\theta\sin n\theta}{1-2\rho\cos\theta+\rho^2}\,d\theta;$$

θ_1 est déterminé par l'équation $\sin\frac{\theta_1}{2} = \frac{1-\rho}{2\sqrt{\rho}}$, $0 < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$.

Quant à l'intégrale I_4, on a

$$|I_4| < \frac{2M(\rho)}{\pi\rho^{n-1}}\,\frac{1}{2\rho}\left\{\log\left|(1-\rho)^2 + 4\rho\sin^2\frac{\theta}{2}\right|\right\}_0^{\theta_1} < \frac{\log 2}{\pi\rho^n}M(\rho).$$

Nous allons comparer l'intégrale I_5 à la suivante :

$$I_6 = \frac{1}{\pi\rho^{n-1}}\int_{\theta_1}^{\pi} F(\rho, \theta)\frac{\cos\frac{\theta}{2}\sin n\theta}{2\sin\frac{\theta}{2}}\,d\theta.$$

Faisons la différence $I_5 - I_6$. On trouve

$$I_5 - I_6 = \frac{2}{\pi\rho^{n-1}} \int_{\theta_1}^{\pi} F(\rho, \theta) \cos\frac{\theta}{2} \sin n\theta \frac{4(1-\rho)\sin^2\frac{\theta}{2} - (1-\rho)^2}{4\sin\frac{\theta}{2}\left[(1-\rho)^2 + 4\rho\sin^2\frac{\theta}{2}\right]} d\theta.$$

Nous divisons l'intégrale du second membre de cette équation en deux autres dont l'une sera prise entre les limites θ_1 et θ_2, et l'autre entre les limites θ_2 et π, où θ_2 est déterminé par l'équation $\sin\frac{\theta_2}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{1-\rho}$, $0 < \theta_2 < \frac{\pi}{2}$. Pour la première de ces deux intégrales, on a

$$\left|\frac{2}{\pi\rho^{n-1}} \int_{\theta_1}^{\theta_2}\right| < \frac{2\sqrt{\rho}(1-\rho)}{\pi\rho^{n-1}} M(\rho) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\cos\frac{\theta}{2} d\theta}{4\rho\sin^2\frac{\theta}{2}} < \frac{2M(\rho)}{\pi\rho^{n-1}}.$$

Quant à l'autre des intégrales en question, on trouve

$$\left|\frac{2}{\pi\rho^{n-1}} \int_{\theta_2}^{\pi}\right| < \frac{4M(\rho)}{\pi\rho^{n-1}} \int_{\theta_2}^{\pi} \cos\frac{\theta}{2} \frac{4(1-\rho)\sin^2\frac{\theta}{2} - (1-\rho)^2}{8\rho\sqrt{1-\rho}\sin^2\frac{\theta}{2}} < \frac{4\sqrt{1-\rho}}{\pi\rho^n} M(\rho).$$

Il nous reste alors à étudier l'intégrale I_6 qu'on peut mettre sous la forme

$$I_6 = \frac{1}{2\pi\rho^{n-1}} \int_{\frac{\theta_1}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [A(\rho, 2\theta) + A(\rho, -2\theta)] \frac{\sin(2n+1)\theta + \sin(2n-1)\theta}{\sin\theta} d\theta.$$

Mais il est bien connu que cette intégrale tend vers zéro quand on fait augmenter n indéfiniment, quelle que soit la valeur de ρ inférieure à l'unité (*voir*, par exemple, Picard, *Traité d'analyse*, t. I, 1901, p. 242). Il s'ensuit qu'on peut poser

$$I_6 = \frac{1}{2\pi\rho^{n-1}} \varepsilon_1(n),$$

en désignant par $\varepsilon_1(n)$ une quantité qui tend vers zéro avec $\frac{1}{n}$. En réunissant les résultats obtenus, on trouve

$$(5) \qquad |I_3| < \frac{3}{\rho^n} M(\rho) + \frac{1}{2\pi\rho^{n-1}} \varepsilon_1(n),$$

et en substituant les limites supérieures (3), (4) et (5) dans l'équation (2),

on arrive au résultat

$$|\alpha_n| < \frac{5}{\rho^{n+1}}[M(\rho) + \varepsilon_2(n)], \quad \varepsilon_2(n) \text{ tend vers zéro avec } \frac{1}{n}.$$

Pour la quantité β_n, on obtient par le même procédé une limite supérieure analogue à la limite obtenue pour $|\alpha_n|$, et il en résulte par rapport à $C_n = \alpha_n + i\beta_n$ le théorème que nous avons énoncé au commencement de cette Note et dont nous ferons plus tard une application sur la théorie des nombres.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les représentations générales des fonctions.* Note de **M. L. Desaint**, présentée par M. Émile Picard.

Dans une précédente Communication, j'ai donné ce théorème sans démonstration :

Toute fonction holomorphe dans une aire convexe y est développable en somme d'exponentielles, et son corollaire s'en déduisait tout de suite :

Toute fonction holomorphe dans une aire convexe y admet un développement trigonométrique.

C'est par des intégrales et non par des séries que sont d'ailleurs donnés ces développements.

On peut aller beaucoup plus loin dans la représentation des fonctions et faire usage, non seulement d'exponentielles ou de fonctions entières, mais encore des fonctions presque aussi compliquées qu'on le veut à distance finie ; je me bornerai cependant au simple énoncé que voici, qu'on peut élargir sans difficultés :

Toute fonction holomorphe dans une aire convexe y est développable en somme de fonctions de la forme $V(\beta x)$, si $V(u)$ est holomorphe dans le demi-plan à gauche de l'axe des quantités imaginaires et s'annule à l'infini (dans ce demi-plan) au moins aussi rapidement que

$$\frac{1}{u^{1+k}} \quad (k > 0).$$

En effet :

Dans une aire convexe A limitée par un contour C, nous pouvons écrire

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i}\int \frac{f(z)\,dz}{z - x}.$$

Soit φ l'angle de la tangente au contour C, dirigée dans le sens direct, avec l'axe Oy des quantités purement imaginaires.

La quantité

$$(z - x)\, e^{-i\varphi}$$

a sa partie réelle positive, quel que soit z sur C et quel que soit x à l'intérieur de C : c'est un lemme que nous allons démontrer en faisant voir que multiplier $(z - x)$ par $e^{-i\varphi}$ revient à faire tourner le vecteur $\overrightarrow{xz}$ autour de z d'un angle $-\varphi$; le contour C dans cette rotation apparaîtrait à gauche de sa tangente en z devenue parallèle à l'axe Oy dans les mêmes conditions.

Le vecteur $\overrightarrow{xz}$ dans sa nouvelle position est dirigé vers le demi-plan, à droite de la tangente en z, et sa projection sur l'axe réel est évidemment positive.

Appelons α, alors, un point quelconque du demi-plan à droite de l'axe des quantités imaginaires, c'est le point représentatif d'une quantité ayant sa partie réelle positive. Si t désigne une variable réelle négative, $(t\alpha)$ décrira la demi-droite OD dans le demi-plan à gauche de l'axe des quantités imaginaires quand t varie de o à $-\infty$. Nous pourrons écrire

$$\int_{\text{OD}} V(u)\, du = \int_0^{-\infty} V(x)\, dx = M \neq 0.$$

Je suppose M différent de zéro ; c'est une condition réalisée d'elle-même dans les cas les plus généraux de $V(u)$.

Pour démontrer l'égalité précédente, il suffirait d'intégrer $V(u)$ le long d'un contour formé des demi-droites OD, OX (axe des quantités réelles négatives) liées par un arc de cercle de centre O et de rayon R très grand et de faire croître R en tenant compte de la condition que $V(u)$ décroît à l'infini plus vite que

$$\frac{1}{u^{1+k}} \qquad (k > 0).$$

L'intégrale prise le long de l'arc de cercle tendrait vers zéro.

Alors

$$\int_{\text{OD}} V(u)\, du = M,$$

M étant une constante quand OD varie, c'est-à-dire quand α prend toutes ses valeurs en gardant sa partie réelle positive.

Mais

$$\int_0^{-\infty} V(\alpha t)\,dt = \frac{1}{\alpha}\int_{0D} V(u)\,du = \frac{M}{\alpha}$$

et

$$\int_0^{-\infty} V[(z-x)e^{-i\varphi}t]\,dt = \frac{M}{(z-x)e^{-i\varphi}}.$$

Donc

$$f(x) = \frac{M}{2\pi i}\int_C f(z)e^{-i\varphi}\,dz \int_0^{-\infty} V[(z-x)e^{-i\varphi}t]\,dt,$$

où φ ne dépend que de z.

En prenant

$$V(u) = e^u, \qquad M = -1,$$

on trouve la représentation exponentielle

$$f(x) = -\frac{1}{2\pi i}\int_C f(z)e^{-i\varphi}\,dz \int_0^{-\infty} e^{(z-x)e^{-i\varphi}t}\,dt,$$

représentation dont j'ai tiré des théorèmes généraux sur les points singuliers des séries de Taylor (*Annales de l'École Normale*, 1903).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines singularités des équations différentielles*. Note [1] de M. **Richard Birkeland**, présentée par M. Émile Picard.

1. L'étude d'un système d'équations différentielles ordinaires du premier ordre dans les points où les coefficients différentiels deviennent indéterminés peut être, dans un grand nombre de cas, ramené à l'étude de

$$(1)\quad \begin{cases} x^m \dfrac{dy_i}{dx} - \lambda_i y_i = f_0^{(i)}(x) + y_1 f_1^{(i)}(x) + y_2 f_2^{(i)}(x) + \ldots + y_n f_n^{(i)}(x) + \ldots \\ \qquad\qquad (i = 1, 2, \ldots, n), \end{cases}$$

les seconds termes étant de degré supérieur au premier et holomorphes dans le voisinage de l'origine. Le nombre positif entier m peut être $\geqq 1$; nous allons traiter le cas $m > 1$, jusqu'ici très peu étudié, et démontrer que le système (1) sera satisfait par

$$y_i = \varphi_1^{(i)} + \varphi_2^{(i)} + \ldots + \varphi_p^{(i)} + \ldots \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

---

[1] Présentée dans la séance du 17 mai 1909.

les φ étant certaines fonctions de x s'annulant avec x (x restant positif) et contenant ν constantes arbitraires, ν étant le nombre des λ avec la partie réelle positive. Pour cela considérons

$$(1^a)\quad x^m \frac{dy_i}{dx} - \lambda_i y_i = \omega[f_0^{(i)} + y_1 f_1^{(i)} + y_2 f_2^{(i)} + \ldots + y_n f_n^{(i)} + \ldots] \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

qui coïncide avec (1) pour $\omega = 1$. Posons

$$y_i = \omega \varphi_1^{(i)} + \omega^2 \varphi_2^{(i)} + \ldots \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

et comparons les termes de ω^p :

$$(1^b)\quad x^m \frac{d\varphi_p^{(i)}}{dx} - \lambda_i \varphi_p^{(i)} = \Phi_p^{(i)} \quad \text{ou} \quad \varphi_p^{(i)} = e^{-\frac{\lambda_i}{m-1}\frac{1}{x^{m-1}}} \int_{x_i}^{x} \Phi_p^{(i)} e^{\frac{\lambda_i}{m-1}\frac{1}{x^{m-1}}} \frac{dx}{x^m}$$
$$(i = 1, 2, \ldots, n),$$

$\Phi_p^{(i)}$ étant rationnelle en $\varphi_1^{(i)}, \varphi_2^{(i)}, \ldots, \varphi_{p-1}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ et x_i une constante égale à zéro ou différente de zéro suivant que la partie réelle a_i de λ_i est négative ou positive. Nous ne considérons que des valeurs positives de x et x_i et $x_i > x$ lorsque $x_i \neq 0$. En appliquant de proche en proche la formule de la moyenne aux expressions de $|\varphi_p^{(i)}|$, nous avons, en remplaçant dans (1^b) les coefficients par leurs valeurs absolues et λ_i par la partie réelle a_i,

$$|\varphi_p^{(i)}| = \left| \frac{1}{a_i} \Phi_p^{(i)}(\xi) \left[-1 + e^{\frac{-a_i}{m-1}\left(\frac{1}{x^{m-1}} - \frac{1}{x_i^{m-1}}\right)} \right] \right| < \left| \frac{2}{a_i} \Phi_p^{(i)}(\xi) \right| \qquad \begin{pmatrix} i = 1, 2, \ldots, n \\ p = 1, 2, \ldots \end{pmatrix},$$

en faisant x et x_i suffisamment petits $(x_i > x)$, ξ étant une quantité entre x et x_i. Donc, en posant

$$\frac{2}{a_i} \Phi_p^{(i)}(\xi) = R_p^{(i)},$$

il suffit de démontrer la convergence des développements

$$(2)\qquad \omega R_1^{(i)} + \omega^2 R_2^{(i)} + \ldots + \omega^p R_p^{(i)} + \ldots \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

pour ξ suffisamment petit. Comparant les séries (2) avec les séries

$$Y_i = \omega \theta_1^{(i)} + \omega^2 \theta_2^{(i)} + \ldots \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

satisfaisant le système d'équations

$$\beta_i Y_i = 2\omega[F_0^{(i)} + Y_1 F_1^{(i)} + \ldots + Y_n F_n^{(i)} + \ldots] \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

les F étant des fonctions holomorphes de ξ majorantes pour les fonctions

correspondantes f du système (1) et

$$F_0^{(i)} = F_1^{(i)} = \ldots = F_n^{(i)} = 0$$

pour $\xi = 0$. La fonction $\theta_p^{(i)}$ peut être trouvée en comparant les termes ω^p et nous trouverons une expression tout à fait analogue à l'expression de $R_p^{(i)}$, où seulement les fonctions f seront remplacées par les fonctions majorantes F.

2. Soit f une fonction holomorphe de $x, y, y', \ldots, y^{(n-1)}$ dans le voisinage de $0, y_0, y'_0 \ldots, y_0^{(n-1)}$ et nulle dans ce point, et considérons l'équation

$$(3) \qquad x^m \frac{d^n y}{dx^n} = f(x, y, y', \ldots, y^{(n-1)}) \qquad (m \text{ entier positif} > 1, \quad n > 1).$$

Si nous posons

$$y^{(i)} = y_0^{(i)} + z_i \qquad (i = 0, 1, 2, \ldots, n-1),$$

l'équation (3) sera

$$(3^a) \qquad \begin{cases} \dfrac{dz_i}{dx} = y_0^{(i+1)} + z_{i+1} & (i = 0, 1, \ldots, n-2), \\ x^m \dfrac{dz_n}{dx} = a_0 z_0 + a_1 z_1 + \ldots + a_{n-1} z_{n-1} + \ldots. \end{cases}$$

Les termes non écrits d'après le dernier signe + étant de degré supérieur au premier. Multiplions ces équations respectivement par $A_0 x^m$, $A_1 x^m, \ldots, A_{n-2} x^m, A_{n-1}$, et ajoutons en posant

$$A_0 z_0 + A_1 z_1 + \ldots + A_{n-1} z_{n-1} = Z_n$$

et

$$(a_0 z_0 + a_1 z_1 + \ldots + a_{n-1} z_{n-1}) A_{n-1} = \lambda Z_{n-1},$$

d'où en posant

$$A_{n-1} = 1, \qquad \lambda = a_{n-1}, \qquad A_i = \frac{a_i}{a_{n-1}} \qquad (i = 0, 1, 2, \ldots, n-2),$$

et le système (3^a) sera remplacé par un système de la forme (en appliquant maintenant la lettre y)

$$\frac{dy_i}{dx} = (a_0^{(i)} + y_1 a_1^{(i)} + \ldots + y_n a_n^{(i)}) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n-1),$$

$$x^m \frac{dy_n}{dx} - \lambda y_n = f_0(x) + y_1 f_1(x) + \ldots,$$

les a étant des constantes et le second terme de la dernière équation étant

de degré supérieur au premier. Multiplions les seconds termes par ω; le système sera alors satisfait par

$$y_i = \omega\varphi_1^{(i)} + \omega^2\varphi_2^{(i)} + \ldots \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

car en comparant les termes de ω^p nous avons, comme dans le n° 1,

$$\varphi_p^{(n)} = e^{-\frac{\lambda}{m-1}\frac{1}{x^{m-1}}}\int_{x_0}^{x}\Phi_p^{(n)} e^{\frac{\lambda}{m-1}\frac{1}{x^{m-1}}}\frac{dx}{x^m}, \qquad \varphi_p^{(i)} = \int_0^x \Phi_p^{(i)}\,dx \qquad (i = 1, 2, \ldots, n-1),$$

x étant égal à zéro ou différent de zéro suivant que la partie réelle a de λ est négative ou positive. Exactement comme dans le n° 1, nous trouverons de proche en proche

$$|\varphi_p^{(n)}| < \left|\frac{2}{a}\Phi_p^{(n)}(\xi)\right|, \qquad |\varphi_p^{(i)}| < |\xi\Phi_p^{(i)}(\xi)| \qquad (i = 1, 2, \ldots, n-1),$$

ξ étant compris entre les quantités positives x et x_0($x = x_0$ lorsque $x_0 \neq 0$). Posons

$$R_p^{(n)} = \frac{2}{a}\Phi_p^{(n)}(\xi), \qquad R_p^{(i)} = \xi\Phi_p^{(i)}(\xi) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n-1);$$

il suffit donc de démontrer la convergence de $\omega R_1^{(i)} + \omega^2 R_2^{(i)} + \ldots$ pour ξ suffisamment petit. Pour cela on comparera, avec un système de la forme

$$Y_i = \omega(K + KY_1 + \ldots + KY_n)\xi \qquad (i = 1, 2, \ldots, n-1),$$
$$Y_n = 2\omega(F_0 + F_1Y_1 + \ldots + F_nY_n + \ldots),$$

K positif $> |a_h^{(i)}|$ et les F des fonctions majorantes des fonctions correspondantes f, et $F_0 = F_1 = \ldots = F_n = 0$ pour $\xi = 0$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations différentielles du second ordre à points critiques fixes.* Note de M. **Jean Chazy**, présentée par M. Paul Painlevé.

M. Painlevé et M. Gambier à sa suite ont déterminé toutes les équations du second ordre à points critiques fixes de la forme

$$y'' = R(y', y, x), \tag{1}$$

R étant rationnel en y', algébrique en y et analytique en x. Toutes ces équa-

tions sont intégrables, réductibles aux équations linéaires, ou se ramènent algébriquement à l'un des six types (*Comptes rendus*, 24 décembre 1906) :

$$
\text{(I)}\quad \left\{
\begin{aligned}
y'' &= 6y^2 + x,\\
y'' &= 2y^3 + xy + \alpha,\\
y'' &= \frac{y'^2}{y} - \frac{y'}{x} + \frac{1}{x}(\alpha y^2 + \beta) + \gamma y^3 + \frac{\delta}{y},\\
y'' &= \frac{y'^2}{2y} + \frac{3y^3}{2} + 4xy^2 + 2(x^2 - \alpha)y + \frac{\beta}{y},\\
y'' &= y'^2\left(\frac{1}{2y} + \frac{1}{y-1}\right) - \frac{y'}{x} + \frac{\alpha y(y-1)^2}{x^2}\\
&\quad + \frac{\beta(y-1)^2}{x^2 y} + \frac{\gamma y}{x} + \frac{\delta y(y+1)}{y-1},\\
y'' &= \frac{y'^2}{2}\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{y-1} + \frac{1}{y-x}\right) - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-x}\right)y'\\
&\quad + \frac{y(y-1)(y-x)}{x^2(x-1)^2}\left[\alpha + \frac{\beta x}{y^2} + \frac{\gamma(x-1)}{(y-1)^2} + \frac{\delta x(x-1)}{(y-x)^2}\right].
\end{aligned}
\right.
$$

Cette dernière équation dépend de quatre paramètres arbitraires α, β, γ, δ et les cinq autres en sont des dégénérescences. M. Painlevé a montré qu'effectivement ces six équations ont leurs points critiques fixes et qu'elles sont absolument irréductibles au sens de M. Drach, sauf pour des valeurs exceptionnelles des paramètres.

Je me suis proposé d'étudier différentes classes d'équations à points critiques fixes du second ordre et du second degré en y'' [1],

$$
(2)\qquad y'' = A_1 y'^2 + A_2 y' + A_3 + \sqrt{A_4 y'^4 + A_5 y'^3 + A_6 y'^2 + A_7 y' + A_8},
$$

les A désignant des fonctions algébriques en y de genre 0 ou 1, à coefficients analytiques en x, et surtout de rechercher de nouvelles équations irréductibles.

On classe ces équations au moyen de leurs simplifiées : la simplifiée de l'équation (2) est l'équation

$$
y'' = y'^2\left[A_1(y, x_0) + \sqrt{A_4(y, x_0)}\right],
$$

qui doit avoir son intégrale générale uniforme.

---

[1] M. Gambier a commencé cette étude (*Comptes rendus*, 29 janvier 1906).

J'ai considéré les classes d'équations extrêmes, c'est-à-dire admettant les simplifiées les plus simples et les plus compliquées, à savoir les simplifiées

$$y''=0,$$

$$y''=\frac{y'^2}{2}\sum_{i=1}^{i=4}\frac{1}{y-a_i},$$

$$y''=\frac{y'^2}{4}\sum_{1}^{8}\frac{1}{y-a_i}\pm\frac{y'^2}{4}\left(\sum_{1}^{4}\frac{1}{y-a_i}-\sum_{5}^{8}\frac{1}{y-a_i}\right),$$

les a_i désignant des constantes toutes différentes et la classe d'équations dont les coefficients A sont de genre 1. Et je suis arrivé à la conclusion suivante :

Toutes celles de ces équations dont l'intégrale générale a ses points critiques fixes sont intégrables, réductibles aux équations linéaires, ou sont des transformées algébriques des équations (I).

Ceci ne suffit pas à établir que les classes d'équations considérées n'introduisent pas de transcendantes nouvelles. J'ai obtenu en effet des équations réductibles à un système linéaire dont les coefficients sont formés rationnellement avec ceux de l'équation et leurs dérivées ; mais ces coefficients doivent satisfaire à des équations différentielles d'ordres variés (3, 4, 7). Bien que je n'aie pas intégré toutes ces équations, il apparaît comme vraisemblable qu'elles ne définissent pas de fonctions nouvelles.

Parmi les transformées algébriques des équations (I), il en est d'intéressantes, par exemple les deux groupes suivants [1] :

$$(\mathrm{II})\quad\begin{cases} y''=6y^2+\alpha+x\sqrt{y'^2-4y^3-2\alpha y-\beta},\\ y''=2y^3+\alpha y+\beta+2i(y-e^x)\sqrt{y'^2-y^4-\alpha y^2-2\beta y-\gamma},\\ y''=\alpha y+\beta+2\dfrac{y}{x}\sqrt{y'^2-\alpha y^2-2\beta y-\gamma},\\ y''=6y^2+\alpha y+\beta+\dfrac{2}{x}\left(y-\dfrac{x^2}{2}\right)\sqrt{y'^2-4y^3-\alpha y^2-2\beta y-\gamma},\\ y''=2y^3+\alpha y+\beta+2\,\mathrm{tang}\,x\left(y-\dfrac{\delta}{\sin x}\right)\sqrt{y'^2-y^4-\alpha y^2-2\beta y-\gamma}. \end{cases}$$

---

[1] Les équations du troisième ordre que j'ai considérées (*Comptes rendus*, 16 décembre 1907) se ramènent au second ordre, et précisément à la forme (III).

et

$$
\text{(III)}\quad
\left\{
\begin{array}{l}
y''^2 + 4y'^3 + 2(xy' - y) = 0, \\
y''^2 + 4y'^3 + xy'^2 - yy' + \alpha = 0, \\
y''^2 + 4y'^3 + (xy' - y)^2 + \alpha y' + \beta = 0, \\
\left(y'' - \frac{2y}{x^2}\right)^2 + 4\left(y' - \frac{2y}{x}\right)\left(y' + \frac{y}{x}\right)^2 \\
\qquad + \alpha x^2(xy' - 2y)^2 + \beta x(xy' - 2y) + \frac{\gamma}{x^2}(xy' + y) + \delta = 0, \\
[y'' - 2\wp(x, 0, 1)y]^2 + 4y'^3 - 12\wp y^2 y' + 4\wp' y^3 \\
\qquad + \alpha(\wp y'^2 - \wp' y y' + \wp^2 y^2) + \mathrm{H} y' - \mathrm{H}' y + \delta = 0, \\
\mathrm{H} = \beta \frac{\sigma(x+h)}{\sigma x} e^{-x\zeta h} + \gamma \frac{\sigma(x-h)}{\sigma x} e^{x\zeta h}, \qquad \wp(h, 0, 1) = 0.
\end{array}
\right.
$$

Dans chacun de ces groupes, toutes les équations sont des dégénérescences de la dernière. La forme des équations (III) est particulièrement propre à l'étude de la croissance de leurs intégrales, du genre et de l'ordre des fonctions entières qu'on peut y rattacher. Les intégrales générales des équations (III) n'ont comme points singuliers mobiles que des pôles simples de résidu 1 : pour ces intégrales, la fonction $u = e^{\int y dx}$ est donc régulière en dehors des points singuliers du coefficient différentiel. Elle est entière de genre fini pour les trois premières équations; elle devient entière de genre infini pour la quatrième, après le changement de variable $x = e^{\xi}$. Pour la dernière, la fonction u admet comme points singuliers les pôles de $\wp(x)$; si l'on prend la nouvelle variable $X = 4\wp^3(x)$, u n'a comme singularités dans le plan des X que les trois points 0, 1, ∞; et par le nouveau changement de variable $X = \varphi(\xi)$, φ désignant la fonction modulaire, u devient une fonction de ξ holomorphe au-dessus et au-dessous de l'axe réel, qui est une coupure essentielle.

M. Painlevé avait signalé cette sorte de transformée algébrique pour les trois premières équations (I).

GÉOGRAPHIE. — *La Carte de reconnaissance de la région du Chari.* Note de M. G. **Bruel**, présentée par M. Bouquet de la Grye.

En 1904, le commissaire général du Congo français, Gentil, chargea l'administrateur Bruel, ancien commandant de la région du Chari, de dresser une Carte des territoires qu'il venait d'administrer et fit ensuite éditer cette Carte en 1907 à l'échelle du $\frac{1}{200000}$.

Les 19 feuilles qu'elle comporte ont été publiées, par le Service géographique du Ministère des Colonies, en trois couleurs, et une Note de 40 pages, indiquant comment cette Carte de reconnaissance a été construite, a paru dans la *Revue coloniale* de 1908 (Nos 64 et 65 nouvelle série).

Le pays ainsi cartographié a la forme d'un triangle dont la base est formée par le 10e degré de latitude Nord entre les méridiens 13°10′ et 18°50′ Est, pendant que le sommet, qui lui est opposé, est Bangui, par 4°21′ de latitude Nord et 16°16′ de longitude Est. La superficie ainsi représentée est d'environ 185 000km².

Le canevas de cette Carte est formé par 150 latitudes, obtenues par des observations de circumméridiennes d'étoiles et 96 longitudes, qui résultent de transport de temps, faits au moyen de deux ou trois montres de torpilleur. Presque toujours l'administrateur Bruel, qui a déterminé la majeure partie de ces coordonnées géographiques, a pu faire des circuits fermés, qui n'ont pas duré plus d'une dizaine de jours.

Des hauteurs égales de Lune et d'étoiles observées à l'embouchure du Bahr-Sara, à Pébo et à Fort-Crampel, ont servi à déterminer des longitudes absolues.

Le système adopté pour les longitudes, après liaison et comparaison avec les résultats de la mission saharienne à Fort-Lamy et de l'enseigne de vaisseau Dyé dans l'Oubangui (mission Marchand), est assez exact, puisque la mission Moll déplace vers l'Ouest Damtar seulement de 4′41″, Lai de 4′28″ et Gourgara Plimouta de 4′42″. Il y a donc une erreur systématique, qui n'est pas exagérée, si l'on songe aux méthodes et aux instruments employés. Les officiers de la mission Moll ont eu la bonne fortune de pouvoir faire des observations plus précises que les nôtres, puisqu'ils ont pu observer en divers points des occultations d'étoiles.

Toutes les observations faites par l'administrateur Bruel ont été réduites à nouveau par le Bureau des Longitudes de façon à diminuer les chances d'erreur de calcul.

Au cours des années 1899-1904 nous avons déterminé 20 déclinaisons en divers points de la région du Chari et la comparaison des résultats obtenus avec ceux donnés par Lauzière en 1890 à Bangui montre que la variation annuelle est voisine de 7′.

De nombreuses cotes d'altitude ont été déterminées au moyen d'observations barométriques faites en cours de route au moyen de baromètres holostériques. Des barographes Richard et des baromètres Fortin, observés à Fort Crampel et à Fort Archambault pendant une année, ont permis de calculer des altitudes absolues par rapport à Libreville et Duala (Kamerun) avec assez d'exactitude, puisque les résultats obtenus ne diffèrent que de 5m. Nous avons trouvé en effet : Fort Crampel — rade de Libreville 450m et Fort Crampel — rade de Duala 445m.

Toutes les cotes ont été calculées par rapport à ces points principaux au moyen d'observations simultanées des anéroïdes et des barographes. Comme les perturbations de la pression atmosphérique sont rares et faibles dans l'Afrique équatoriale, nous estimons que les altitudes données sont exactes à 35^m ou 40^m près.

Les documents topographiques utilisés sont ceux qui ont été exécutés par 65 fonctionnaires, officiers ou commerçants, qui ont parcouru le pays de 1896 à 1904. Aucun d'entre eux n'était chargé spécialement de faire de la topographie, mais tous ont considéré qu'il était de leur devoir de faire ce travail supplémentaire. En pays inconnu n'est-il pas indispensable de recueillir aussitôt que possible les éléments permettant de dresser une première Carte.

Telle est, avec toutes les imperfections que présente une œuvre hâtive, la première Carte détaillée, embrassant une région un peu vaste, que la colonie du Congo français vient de faire éditer. On a compris enfin que pour mettre en valeur un pays où abondent les richesses latentes, pour y entreprendre de grands travaux publics il fallait tout d'abord dresser une Carte de reconnaissance à grande échelle et ne plus se contenter de simples itinéraires publiés isolément ou restant même souvent inutiles dans des cartons où ils sont inconnus de tous. Le canevas d'une telle Carte ne pouvait être établi par triangulation à cause de la grande forêt ou de la brousse, qui rendrait un tel travail fort long et fort coûteux ; aussi fallait-il s'adresser à l'astronomie de campagne pour asseoir les travaux topographiques exécutés. Aussi ce sont ces méthodes astronomiques qu'on va continuer à employer pour poursuivre et achever la Carte du Congo français à grande échelle.

NAVIGATION. — *Sur un compas enregistreur.* Note de M. **Heit**, présentée par M. Bouquet de la Grye.

La justification exacte de la route suivie par un navire est, au plus haut point, une donnée intéressante. L'appareil ici décrit a pour but d'inscrire automatiquement les allures de marche, les écarts, les évolutions en un mot d'un navire et de pouvoir par suite les contrôler.

Le mécanisme de cet appareil est simple, robuste, stable ; il se compose de trois parties distinctes : le compas (A), les organes enregistrants, l'appareil enregistreur (B).

I. Le compas comprend une colonne en bois contenant le collecteur des courants électriques servant à transmettre à l'enregistreur les indications

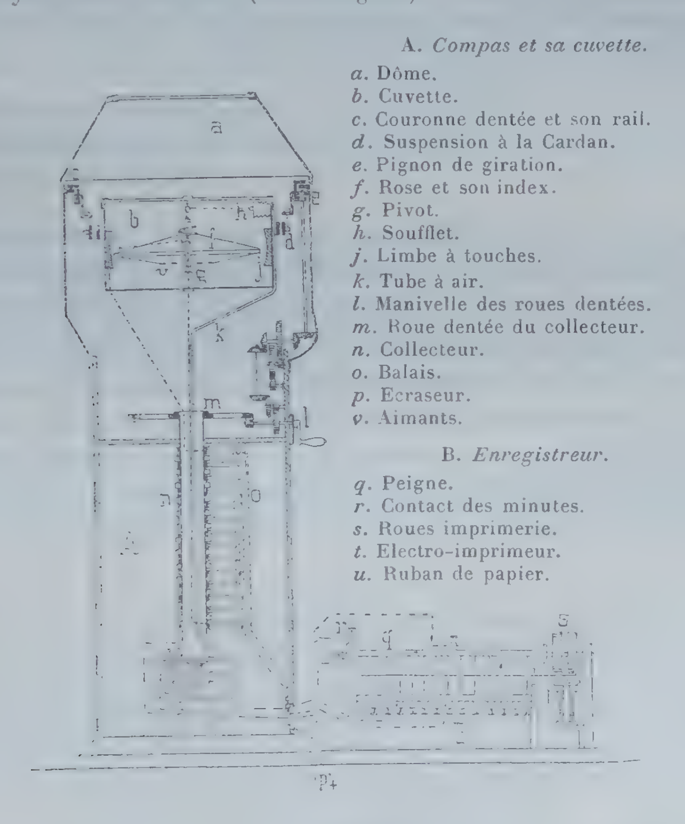
de la boussole. Cette colonne est surmontée d'un dôme en cuivre abritant la cuvette où sont logés la rose et ses aimants directeurs. La cuvette en cuivre est suspendue dans le dôme par un joint à la Cardan.

A la partie inférieure de la colonne se trouve un électro-aimant commandé par l'enregistreur et exerçant à intervalles de temps égaux une pression sur une poire en caoutchouc P. Au-dessus sont disposés des aimants correcteurs servant à la compensation du collecteur électrique (n).

On peut, par un jeu d'engrenage et de pignons (l, e), faire exécuter en même temps une égale rotation à la cuvette et au collecteur électrique qui lui-même est mobile autour de son axe pour transmettre les indications de la rose quand on modifie l'orientation du compas dans les changements de direction.

Dans la cuvette se trouvent la rose (f) et les aimants directeurs (v).

La rose a la particularité d'être mobile autour d'un axe en acier reposant sur une agate fixe noyée dans le mercure (voir la figure).



A. *Compas et sa cuvette.*

a. Dôme.
b. Cuvette.
c. Couronne dentée et son rail.
d. Suspension à la Cardan.
e. Pignon de giration.
f. Rose et son index.
g. Pivot.
h. Soufflet.
j. Limbe à touches.
k. Tube à air.
l. Manivelle des roues dentées.
m. Roue dentée du collecteur.
n. Collecteur.
o. Balais.
p. Ecraseur.
v. Aimants.

B. *Enregistreur.*

q. Peigne.
r. Contact des minutes.
s. Roues imprimerie.
t. Electro-imprimeur.
u. Ruban de papier.

II. Les mouvements de la boussole sont enregistrés périodiquement par un dispositif ne gênant en rien le jeu des aimants et n'alourdissant pas cette partie délicate.

Le pivot de la rose (g) supporte une petite plate-forme articulée à l'extrémité d'un levier. Cette plate-forme reçoit toutes les minutes le choc d'un poids. Sous l'influence de ce choc, le déplacement du levier fait basculer, par l'intermédiaire d'un renvoi de mouvement, un stylet d'argent qui peut prendre contact avec une série de touches isolées (J) disposées sur un limbe. Les touches du limbe présentent au style mobile la surface d'un segment sphérique ayant comme centre le pivot de la rose. Cette large surface permet d'enregistrer la position de l'index au moment précis où il tombe sur la plate-forme mobile et cela quels que soient les mouvement du navire.

Le poids se soulève dès que la pression ne se maintient plus et la rose, libre de tout contact, peut fournir une nouvelle indication suivant la direction du mouvement.

Toutes les minutes, le poids retombe par la détente du soufflet (F) qui reçoit l'air insufflé venant de la poire (P) comprimée par son électro-aimant.

Pour enregistrer avec une précision suffisante les mouvements de la rose, le limbe, sur lequel vient reposer toutes les minutes le stylet d'argent, est divisé en 13 segments isolés électriquement. 5 de ces segments ont une amplitude de 2°. (Ils servent à marquer les faibles déviations de la marche normale du navire; les autres ont, symétriquement, deux à deux, des amplitudes de 5°, de 35°, 45° et 90°.

Chacun de ces segments isolés constitue, avec le style de la rose quand il les frappe, un circuit électrique fermé sur l'enregistreur par l'intermédiaire du collecteur et des relais.

III. L'enregistrement des différentes manœuvres et les indications périodiques de la boussole se font sur une feuille de papier (u) déroulée avec une vitesse constante par un mouvement d'horlogerie. Cette feuille passe entre les dents de deux peignes métalliques (q). Chaque paire de dents, en regard l'une de l'autre, est en relation avec un des segments isolés du limbe transmetteur des mouvements de la boussole.

Le contact du style, de la rose et du limbe ferme le circuit d'une petite bobine d'induction; l'étincelle jaillit donc entre les dents du peigne en relation avec le segment touché par la rose, et ainsi se trouve perforé le ruban de papier.

En même temps, le mouvement d'horlogerie de l'enregistreur règle, par l'intermédiaire d'un relais, la compression périodique de la poire en caoutchouc logée dans la colonne du compas et commande les contacts.

On multipliera les indications enregistrées en augmentant le nombre de dents perforatrices. Les nouvelles paires de dents peuvent correspondre, soit à un compteur de tours disposé sur l'arbre de l'hélice, soit aux leviers de manœuvre des machines, etc.

On voit, par cette très courte description, que ce dispositif d'enregistrement permet de consigner fidèlement, sur la feuille de papier perforée, les manœuvres les plus importantes et la direction générale du navire.

Ce contrôle constitue une attestation des plus importantes pour la recherche des responsabilités éventuellement mises en jeu dans les multiples accidents de la navigation.

ÉLECTRICITÉ. — *Théorie des décharges discontinues dans les tubes de Geissler.* Note [1] de M. **H.-A. Perkins**, présentée par M. Lippmann.

Pour l'explication partielle du phénomène que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie dernièrement (*Comptes rendus,* 3 mai 1909), il faut tenir compte d'une propriété de ces tubes mal connue, c'est-à-dire de leur capacité. On peut se figurer la cathode comme une des armatures d'un condensateur, l'espace obscur de Crookes, contenant la chute de potentiel cathodique, comme un diélectrique pas très isolant, et tout le reste du tube comme l'autre armature.

Pour faire le calcul, représentons le tube comme une capacité en dérivation avec une grande résistance.

Soient :

E, la force électromotrice des accumulateurs;
R, la résistance extérieure du circuit;
r, la résistance en dérivation avec la capacité;
I, le courant dans le circuit principal;
i_c, le courant qui change la capacité;
i_r, le courant qui passe par la résistance r;
C, la capacité du tube;
V, la différence de potentiel entre les électrodes ;
ε, la différence de potentiel minimum pour que la décharge passe dans le tube.

On a

$$\text{(1)} \qquad I = \frac{E - V}{R} = i_c + i_r.$$

Si nous supposons que r reste constant pour de faibles variations du courant dans ce qui suit, on peut aussi écrire

$$\text{(2)} \qquad V = \frac{1}{C}\int i_c\,dt = \frac{1}{C}\int (I - i_r)\,dt = \frac{1}{C}\int \left[I - \left(\frac{V - \varepsilon}{r}\right)\right] dt.$$

[1] Présentée dans la séance du 17 mai 1909.

Éliminant v entre (1) et (2) nous avons

$$RI = E - \frac{1}{Cr}\int (rI - E + RI + \varepsilon)\, dt.$$

La différentielle de cette équation est

$$dI + \frac{1}{CrR}(r + R)\, dt = \frac{1}{CrR}(E - \varepsilon)\, dt.$$

Intégrant, et posant $I = \frac{E - V_1}{R}$ quand $t = 0$, où V_1 est la différence de potentiel entre les électrodes au commencement de la charge, on obtient

$$(3) \qquad I = e^{-\left(\frac{r+R}{RCr}\right)t}\left[\frac{Er + R\varepsilon}{R(r+R)} - \frac{V_1}{R}\right] + \frac{E - \varepsilon}{R + r}.$$

En résolvant pour t, on trouve comme valeur du temps pour charger la capacité de V_1 à V_0.

$$(4) \qquad T = \frac{RCr}{R + r}\log_e \frac{rE + R\varepsilon - V_1(r + R)}{rE + R\varepsilon - V_0(r + R)},$$

Pour une valeur du temps infini, un régime s'établirait, et I_∞ deviendrait égal à $\frac{E - \varepsilon}{r + R}$, mais avant d'arriver à cette condition, je suppose que r prend subitement une autre valeur $r' < r$, au moment où le condensateur est chargé à V_0 (une constante caractéristique du tube, dépendant de sa forme, la pression et la nature du gaz, etc.).

Alors, la capacité commence à se décharger et l'on peut faire un calcul analogue au précédent, posant cette fois $i_r = I + i_c$, et quand $t = 0$, $I = \frac{E - V_0}{R}$.

Le courant de décharge I' est donné par la même expression, seulement il faut changer r en r' et V_1 en V_0.

Dans cette expression, quand $t = \infty$, on trouve

$$I'_\infty = \frac{E - \varepsilon}{r' + R},$$

mais le courant n'atteint pas cette valeur. Quand il arrive à $I = \frac{E - V_1}{R}$, je suppose que la résistance du tube reprend sa valeur originale, et l'on recommence avec la période de charge. Le courant I décroît et I' augmente avec le temps, parce que dans l'équation (3) la quantité entre parenthèses est positive ou négative suivant

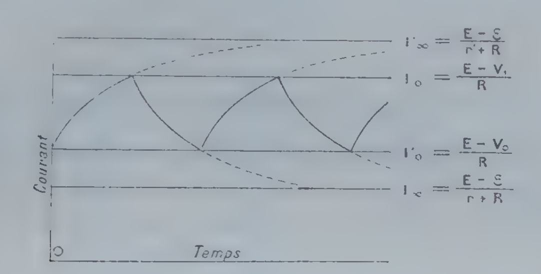
$$V_1 \gtrless \frac{Er + R\varepsilon}{R + r}.$$

Ainsi I varie entre $\frac{E - V_0}{R}$ et $\frac{E - V_1}{R}$, et ces limites sont comprises entre I_∞ et I'_∞

(calculés plus haut), d'où l'on tire facilement

$$\frac{V_1(R+r')-R\varepsilon}{r'} > E > \frac{V_0(R+r)-R\varepsilon}{r}$$

qui donne les limites entre lesquelles E doit se trouver pour que le son existe. Dans mes observations, il semble que ces limites existent à peu près comme le montre le calcul.



On peut représenter la forme d'un courant tel que j'ai supposé schématiquement, comme le montre la figure. Comme justification expérimentale, je rappelle le fait observé que quand la fréquence est très lente, on constate une vacillation d'une partie de la lumière, tandis que l'autre partie reste tranquille.

Une autre confirmation de la théorie est donnée par l'équation (4). L'expression logarithmique est toujours plus grande que l'unité, parce que $V_1 < V_0$; ainsi il est évident qu'en augmentant E, T doit diminuer et tendre vers zéro quand la fraction tend vers l'unité. Un résultat concordant avec l'expérience.

Encore une confirmation est donnée par la même équation, où l'on trouve que la période doit augmenter avec la capacité; ce que j'ai trouvé en introduisant un condensateur suffisamment grand, en dérivation avec le tube.

Cette variation explique les effets de résonance très curieux que j'ai observés quand le champ était alternatif. Dans ce cas-là, en variant la capacité en dérivation, on constate que l'intensité de la décharge passe par des maxima très nets, et des minima, ou même des extinctions complètes si le champ ne dépasse pas beaucoup le champ explosif.

PHYSIQUE. — *Sur la pression interne dans les gaz.* Note de M. A. Leduc, présentée par M. E.-H. Amagat.

M. Amagat a bien voulu appeler mon attention sur la pression interne dans les gaz, et il a déjà fait connaître quelques-uns des nombres que j'ai

calculés pour faire suite à ceux qu'il avait obtenus par l'étude de ses réseaux d'isothermes [1]. Tandis que les résultats de M. Amagat concernent les très fortes pressions à partir de 50^{atm}, les miens sont relatifs aux pressions inférieures à 3^{atm}.

Soit, conformément à la notation usitée en Thermodynamique,

$$\pi = Jl - p = T\frac{\partial p}{\partial T} - p = p(\beta T - 1); \tag{17}$$

β désigne le coefficient de dilatation en pression $\frac{1}{p}\frac{\partial p}{\partial T}$ que l'on calcule aisément au moyen des formules (14) et suivantes de ma précédente Communication [2].

On a finalement

$$\beta T = \frac{1 + \chi \dfrac{e\dfrac{\partial z}{\partial \chi} + e^2\dfrac{\partial u}{\partial \chi}}{10^4 - ez - e^2 u}}{1 + 10^4(ez + 2e^2 u + e^2 z^2 . 10^{-4})}, \tag{18}$$

χ étant l'inverse de la température réduite, e étant 76 fois la pression réduite, z et u deux fonctions de χ déjà discutées (voir p. 409).

Cette formule ne s'applique, bien entendu, qu'aux gaz de la série normale. Nous avons vu, à propos de AzH^3, comment il faut opérer pour les autres.

I. *Pressions internes de 18 gaz dans les conditions normales.* — Dans le Tableau ci-dessous, les gaz sont rangés dans l'ordre des températures critiques, sauf AzH^3, qui n'appartient pas à la série normale :

Gaz	Pression interne	Gaz	Pression interne
H	$2,7.10^{-4}$ atm.	Az^2O	191.10^{-4} atm.
Az	24,6 »	C^2H^2	210 »
CO	27,6 »	HCl	204 »
O	27,3 »	C^2Az^2	567 »
AzO	30,6 »	CH^3Cl	631 »
CH^4	48 »	Cl	459 »
C^2H^4	203 »	CH^3AzH^2	647 »
CO^2	170 »	SO^2	617 »
C^2H^6	311 »	AzH^3	377 »

La nature du gaz (masse moléculaire, atomicité, fonction chimique, etc.) n'intervient dans le calcul que par l'intermédiaire des constantes critiques et par le fait que ce gaz appartient ou non à la série normale.

II. *Pour un gaz quelconque, à température constante, la pression interne est en*

---

[1] *Comptes rendus*, t. CXLVIII, p. 1140.
[2] *Comptes rendus*, t. CXLVIII, p. 1174.

raison inverse du carré du volume spécifique. — Cette loi, qui se manifestait, dans les calculs de M. Amagat, à la limite inférieure de ses Tableaux (50^{atm}), se trouve nettement établie aux pressions de l'ordre de l'atmosphère par les nombres ci-dessous. Dans ce Tableau, v_1 et v_2 désignent les volumes spécifiques du gaz considéré à T° sous les pressions p_1 et p_2, qui sont choisies de manière que $p_2 = 2p_1$ ou $e_2 = 2e_1$. On a calculé x tel que

$$\frac{\pi_2}{\pi_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^x.$$

χ.	e.	$\varphi.10^4$.	$\beta T - 1$.	$\frac{v_2}{v_1}$.	$\frac{\pi_2}{\pi_1}$.	x.
0,5	0,5	9998,5	0,000 68			
	1	9997	0,001 36	0,4999	4	1,999
	2	9994	0,00273	0,4998	4,015	2,005
1	0,5	9977	0,005 83			
	1	9954	0,011 80	0,4989	4,048	2,010
	2	9908	0,024 63	0,4977	4,174	2,048
1,5	0,5	9902	0,026 25			
	1	9801	0,053 36	0,4949	4,066	1,994
	2	9590	0,110 18	0,4892	4,130	1,985

La valeur $x = 2,048$ la plus éloignée de 2 concernerait par exemple CO^2 à 30° entre 1^{atm} et 2^{atm}. Il suffirait, pour le ramener à 2, de diminuer de 3.10^{-6}, c'est-à-dire de moins de $\frac{1}{1000}$ de sa valeur, le coefficient de dilatation de ce gaz à 30° sous 2^{atm}. On ne doit attacher aucune importance à un écart de cet ordre ; car, ainsi que je l'ai déjà fait remarquer, l'écart entre les nombres de Regnault et de Chappuis relatifs à ce gaz est 8 fois plus fort.

Je trouve même ici, au contraire, un contrôle précieux de l'ensemble de mes coefficients de dilatation, et par conséquent de mes densités et compressibilités, qui en sont la base expérimentale.

III. *Gaz ammoniac et méthylamines.* — J'ai calculé les pressions internes de ces gaz à 15°, sous la pression normale ; puis je les ai ramenées au même volume en appliquant la loi précédente, c'est-à-dire en les multipliant par φ^2 :

	$\varphi.10^4$.	$\beta T - 1$.	$p(\beta T - 1) \times \varphi^2$.	π calc.	Diff.
AzH^3..........	9882	0,03116	$30,4.10^{-3}$ atm.	»	»
CH^3AzH^2......	9797	0,05412	51,9 »	51,5	+0,4
$(CH^3)^2AzH$....	9718	0,07538	71,2 »	72,6	−1,3
$(CH^3)^3Az$......	9617	0,10226	94,6 »	93,7	+0,7

On voit que *chaque substitution de CH^3 à H amène une augmentation de la pression interne de 21,1 millièmes d'atmosphère.* Les différences entre les nombres de l'avant-dernière colonne (π calc.) obtenus en ajoutant successivement 21,1 au nombre précédent et ceux de la précédente sont imputables notamment à la connaissance insuffisante des constantes critiques.

IV. *Acétylène et benzène.* — L'attraction entre molécules, qui produit la pression interne, est, d'après ce qui précède, en raison inverse de la quatrième puissance de leur distance moyenne. On serait porté à supposer cette attraction proportionnelle au carré de la masse des molécules. Mais notre premier Tableau ne montre aucune relation de cette sorte.

J'ai calculé néanmoins les pressions internes de l'acétylène et de son trimère, le benzène, tous deux normaux, à la même température ($t = 129°,6$) et sous la pression atmosphérique, puis je les ai multipliées par φ^2 pour les rendre comparables. Les nombres trouvés sont :

	$\beta T - 1$.	$\varphi . 10^4$.	$p(\beta T - 1) \times \varphi^2$.	Rapport.
C^6H^6..........	$55,66 . 10^{-3}$	9801	$53,47 . 10^{-3}$ atm.	10,1
C^2H^2..........	5,29	9979	5,27	

On voit que le rapport 10,1 des pressions internes n'est pas très éloigné du rapport 9 des carrés des masses moléculaires. On pourrait même justifier qualitativement cet écart en observant qu'on ne peut pas comparer les actions réciproques de molécules plus ou moins complexes à des actions entre points matériels.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la solubilité du sulfate de plomb.* Note [1] de M. J. **Sehnal**, présentée par M. H. Le Chatelier.

La solubilité du sulfate de plomb dans l'eau a été observée pour la première fois par Frézénius [2] en 1846, ensuite par Rodwell [3] et Kremers [4].

Les nombres 0,037 $PbSO^4$ dissous par 1000^{cm^3}, ou une partie dans 22816 parties d'après Frézénius, et 0,0315 $PbSO^4$ par 1000^{cm^3} d'eau ou une partie dans 31695 parties d'eau d'après Rodwell, sont généralement connus et on les trouve dans tous les Traités de Chimie.

Kremers en 1852, dans *Annalen d. Chem. Phys. Pogg.* [4], dit que le sulfate de plomb se dissout à raison de $0^g,077$ par 1000^{cm^3} d'eau, ou 1 partie dans 13000 parties d'eau, sans indiquer les détails de ses opérations et la température à laquelle il opérait.

---

(1) Présentée dans la séance du 17 mai 1909.
(2) *Annalen d. Pharm. Liebig*, t. LIX, 1846, p. 125.
(3) *Chemical News*, t. XI, 1865, p. 50.
(4) *Annalen Chem. Phys. Pogg.*, t. LXXXV, 1852, p. 247.

Le sulfate de plomb sur lequel j'ai opéré était obtenu par la précipitation d'une solution d'azotate de plomb pur par un excès d'acide sulfurique.

Le précipité ainsi obtenu était ensuite lavé à plusieurs reprises avec plusieurs dizaines de fois son poids d'eau distillée bouillante.

Voici à ce sujet des nombres qui montrent que 48 heures suffisent à la température ordinaire; le temps nécessaire à la saturation est d'autant moindre que la température est plus élevée.

La solubilité est la même à 100° qu'à la température ordinaire, mais la saturation est plus rapidement atteinte à chaud qu'à froid.

Température.	Durée du contact.	$PbSO_4$ dissous pour 1000cm³.	Température.	Durée du contact.	$PbSO^4$ dissous pour 1000cm³.
18°.....	2 heures	0,0000	19°.....	15 jours	0,0823
18.....	12 »	0,0080	18.....	30 »	0,0823
18.....	24 »	0,0508	19.....	60 »	0,0824
18.....	48 »	0,0823	100.....	24 heures	0,0816
20.....	8 jours	0,0822	100.....	48 »	0,0824

Solubilité 0,0824 $PbSO^4$ *dans* 1000cm³ H^2O, *ou* 1 *partie dans* 12135 *parties d'eau.* — Les nombres donnés plus haut diffèrent considérablement de ceux obtenus par Frézénius et Rodwell; et se rapprochent plus tôt du nombre donné par Kremers. J'ai constaté que la pureté du sulfate de plomb est la seule cause qui peut faire varier la solubilité d'une manière plus ou moins profonde; la présence d'une trace d'acide sulfurique suffit pour que la solubilité soit sensiblement changée.

Température.	Solution normale H^2SO^4 par 1000cm³.	H^2SO^4 en grammes.	$PbSO^4$ dissous.
20°......	0,2 cm³	0,0098	0,0510
100......	0,2	0,0098	0,0500
20......	0,4	0,0196	0,0380
100......	0,4	0,0196	0,0380
20......	1,0	0,0490	0,0252
100......	1,0	0,0490	0,0253
20......	2,0	0,0980	0,0127
100......	2,0	0,0980	0,0127
20......	10,0	0,4900	0,0063
100......	10,0	0,4900	0,0063
20......	20,0	0,9800	0,000
100......	20,0	0,9800	0,000

Nous avons vu, d'après le premier Tableau, que la dissolution ne s'accomplit que très lentement; elle n'est complète qu'après 48 heures. Si l'on filtre après quelques heures de contact, on trouve que la liqueur filtrée ne contient pas de plomb en dissolution, ou de petites traces insignifiantes; cela nous permet de croire que la solubilité est due probablement à la décomposition de sulfate de plomb qui se dédouble en présence de l'eau en hydrate d'oxyde de plomb et l'acide sulfurique

$$PbSO^4 + 2H^2O : H^2SO^4 + PbOH^2O.$$

La quantité de plomb dissous est proportionnelle à la quantité d'acide sulfurique mise en liberté; dès qu'une certaine quantité de ce dernier se trouve libre, la décomposition s'arrête; il se produit un équilibre entre le plomb et l'acide sulfurique en dissolution.

Solubilité d'hydrate d'oxyde de plomb dans l'eau. — L'hydrate d'oxyde de plomb se dissous facilement dans l'eau chaude ou froide en quantité considérable.

Le Tableau suivant nous montre la solubilité de $PbOH^2O$ dans une solution de H^2SO^4:

Température.	H^2SO^4 par 1000^{cm^3}.	Pb dissous.	Quantité correspondante de $PbSO^4$.
20°	0,0000	0,1385	0,2027
100	0,0000	0,1385	0,2027
20	0,0265	0,0563	0,0824
100	0,0265	0,0562	0,0822
20	0,0461	0,0258	0,0376
100	0,0461	0,0258	0,0376
20	0,1245	0,0087	0,0130
100	0,1245	0,0088	0,0131
20	1,0060	0,000	0,000
100	1,0060	0,000	0,000

On voit, d'après ce Tableau, que la quantité de plomb dissous dans l'eau contenant une certaine quantité d'acide sulfurique correspond aux chiffres obtenus pour la solution de sulfate de plomb.

D'autre part, la dissolution du sulfate de plomb ne s'accomplit que très lentement. Ces observations ne font que confirmer l'hypothèse que la solubilité est due à la décomposition du sulfate de plomb, en présence de l'eau, en acide sulfurique et hydrate d'oxyde de plomb.

CHIMIE. — *Revision du poids atomique du phosphore, densité du gaz hydrogène phosphoré.* Note de M. G. **Ter Gazarian**, présentée par M. G. Lemoine.

I. Le poids atomique du phosphore est certainement, à l'heure actuelle, un de ceux qui sont déterminés avec le moins d'exactitude. Le nombre P = 31,0 généralement admis, qui figure dans la Table pour 1909 de la Commission internationale des Poids atomiques, ne repose sur aucune détermination expérimentale suffisamment précise [1].

En raison des difficultés des méthodes chimiques, il m'a paru utile de procéder d'abord, par une méthode physico-chimique, à la revision du poids atomique du phosphore, en déterminant la densité absolue d'un gaz riche en phosphore, l'*hydrogène phosphoré* PH^3, et en en déduisant le poids moléculaire exact, après correction de l'écart à la loi d'Avogadro. Les valeurs ainsi obtenues présentant une précision absolue voisine de $\pm \frac{1}{5000}$, c'est plus qu'il ne faut pour faire un premier choix parmi les valeurs anciennement trouvées.

II. Le gaz PH^3 a été préparé par réaction de l'eau sur le phosphure du calcium.

Il a été soigneusement rectifié par liquéfaction et distillations fractionnées répétées plusieurs fois. Le Mémoire détaillé donne les précautions prises dans ce but.

La densité a été déterminée par la méthode des ballons. On s'est servi de deux ballons déjà calibrés qui ont été employés dans ce laboratoire pour déterminer les densités des gaz NO et HCl [2]. On a opéré, sauf quelques variantes, dans les conditions relatées à propos de ces dernières déterminations.

On a obtenu ainsi, pour poids du litre normal de gaz PH^3, toutes corrections faites (réduction des pesées au vide, contraction des ballons; écart de compressibilité, d'après M. Leduc, entre la pression de 760^{mm} et la pression de remplissage, soit 715^{mm} à 735^{mm}) les valeurs suivantes :

$$1,52955;\quad 1,52907;\quad 1,52933;\quad 1,52944;\quad 1,52907;\quad 1,52933.$$

$$\text{Moyenne : } L = 1,5293.$$

---

(1) Principales déterminations : Schrötter, *Ann. Chim. Phys.*, 3e série, t. XXXVIII, 1853, p. 131. — Dumas, *Ann. Chim. Phys.*, 3e série, t. LV, p. 129. — Van der Plaats, *Comptes rendus*, t. C, p. 52. — D'après Brauner, le nombre 31,0 n'est exact qu'à ± 0,1, (*Abegg's Handb. An. Chem.*, 3e série, t. III, p. 366).

(2). Ph.-A. Guye et Davila, *Comptes rendus*, t. CXLI, 1905, p. 826. — Ph.-A, Guye et Ter Gazarian, *Comptes rendus*, t. CXLIII, 1906, p. 1233. — Cf. *Recherches physico-chimiques sur les gaz.* Gauthier-Villars, 1908.

En admettant, pour poids du litre normal d'air, la moyenne des résultats de M. Leduc et de lord Rayleigh ($L = 1,2928$), la densité par rapport à l'air du gaz PH^3 est

$$D = (1,5293 : 1,2928) = 1,1829.$$

Ce résultat diffère notablement des nombres généralement admis (1,185 à 1,184 en France; 1,176 en Allemagne). M. Leduc avait donné 1,1845 [1], valeur calculée *a priori*, d'après ses formules; mais il l'a abandonnée dans la revision récente de ces mêmes formules.

III. Pour calculer le poids moléculaire exact du gaz PH^3, il faut le corriger de l'écart à la loi d'Avogadro. On peut le faire : 1° par les formules des volumes moléculaires de M. Leduc, en fonction des constantes critiques t_c et p_c; 2° par la formule directe des densités limites, en utilisant le coefficient de compressibilité déterminé par MM. Leduc et Sacerdote [2]; 3° par la formule indirecte des densités limites, en fonction des constantes critiques; 4° par réduction des éléments critiques, en fonction des constantes critiques.

Les données expérimentales à utiliser pour faire l'application au gaz PH^3 de ces diverses formules sont [2] : $t_c = 52,8$, $p_c = 64$ (Leduc); ou $t_c = 51,3$, $p_c = 64,5$ (Briner) [3]; coefficient A_1^2 à 0° égal à 0,00835 (Leduc et Sacerdote), d'où $A'_0 = \frac{A_1^2}{1 + 4A_1^2} = 0,00828$. En ce qui concerne l'oxygène (terme de comparaison des formules des densités limites) : $t_c = -118°,8$; $p_c = 50,8$ (Olzewski); $A'_0 = 0,00097$ (Jaquerod et Scheuer).

On obtient pour poids moléculaire exact du gaz PH^3 les nombres ci-après :

Méthodes.	Par le coefficient de compressibilité.	Par les constantes critiques. Leduc et Sacerdote.	Par les constantes critiques. Briner.	Moyennes.
Volumes moléculaires	»	33,917	33,927	33,922
Densités limites, f. directe...	33,996	»	»	»
Densités limites, f. indirecte.	»	33,932	33,940	33,936
Éléments critiques	»	33,927	33,935	33,931
Moyennes.............		33,925	33,934	33,930

La valeur 33,996, nettement descendante, doit être écartée (vraisemblablement il y a erreur sur le coefficient de compressibilité). Toutes les

---

[1] Leduc, *Recherches sur les gaz* (*Ann. Chim. Phys.*, 7e série, t. XV, 1898, p. 1).

[2] Leduc et Sacerdote, *Comptes rendus*, t. CXXV, 1897, p. 297 et 397.

[3] Briner, *J. Ch. phys.*, t. IV, 1906, p. 476.

autres valeurs sont comprises entre les limites extrêmes : 33,917 et 33,940.

La moyenne des moyennes M = 33,930 en diffère d'environ $\pm \frac{1}{3000}$.

En déduisant du poids moléculaire 33,930 le triple du poids atomique de l'hydrogène, $3H = 3 \times 1,008 = 3,024$, on obtient, pour poids atomique du phosphore, P = 30,906 qu'on peut provisoirement arrondir en 30,91.

Le nombre P = 30,906 est exactement celui calculé récemment par M. Bernoulli [1], à partir d'hypothèses *a priori* sur la constitution des éléments chimiques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèses de dérivés de la fénone racémique.* Note de MM. **L. Bouveault** et **Levallois**, présentée par M. A. Haller.

Dans un précédent travail (*Comptes rendus*, t. CXLVI, p. 180) nous avons établi la constitution de la fénone et de son produit d'ouverture, l'acide dihydrofencholénique, en préparant des produits de dégradation méthodique de cette dernière molécule.

Un travail parallèle, poursuivi sur la camphénylone par l'un de nous en collaboration avec M. Blanc (*Comptes rendus*, t. CXLVI, p. 423), a montré que la fénone ne diffère de la camphénylone que par le remplacement d'un atome d'hydrogène par un groupe méthyle, et de même les acides dihydrofencholénique et dihydrocamphocénique, produits d'ouverture des deux cétones homologues

$$\begin{array}{l} \text{CH} - \text{CH}\langle^{\text{CH}^3}_{\text{CH}^3} \\ \text{CH}^2 \diagup \quad \diagdown \text{CH}^2 \\ \text{CH}^2 \text{———} \text{CH} - \text{CO}^2\text{H} \end{array}$$

acide dihydrocamphocénique
(1-isopropylcyclopentane-3-carbonique).

$$\begin{array}{l} \text{CH} - \text{CH}\langle^{\text{CH}^3}_{\text{CH}^3} \\ \text{CH}^2 \diagup \quad \diagdown \text{CH}^2 \\ \text{CH}^2 \text{———} \text{C} - \text{CO}^2\text{H} \\ \qquad\quad \text{CH}^3 \end{array}$$

acide dihydrofencholénique
(1-isopropyl-3-méthylcyclopentane-3-carbonique).

On voit que l'atome d'hydrogène substitué par le groupe CH^3 se trouve en situation α par rapport au carboxyle. Il se trouve précisément que MM. Haller et Bauer ont donné tout récemment (*Comptes rendus*, t. CXLVIII, p. 70) une méthode très élégante permettant de remplacer dans un acide un atome d'hydrogène de situation α par un radical. Nous avons donc songé à

---

(1) Bernoulli, *Z. f. phys. Chim.*, t. LXV, 1909, p. 391.

l'utiliser pour transformer l'acide dihydrocamphocénique, dérivé de la camphénylone, en son produit de méthylation en α, l'acide dihydrofencholénique, dérivé de la fénone.

Cette transformation prenait un intérêt d'autant plus grand que l'un de nous, en collaboration avec M. G. Blanc, a réussi à obtenir par synthèse totale l'acide dihydrocamphocénique (*Comptes rendus*, t. CXLVII, 1908, p. 1314); réaliser la méthylation, c'était faire la synthèse totale de l'acide dihydrofencholénique.

L'acide dihydrocamphocénique a été converti par le perchlorure de phosphore en un chlorure, liquide incolore, bouillant à 98° sous 16^{mm}, qui a été condensé avec le benzène en présence de chlorure d'aluminium. On a obtenu sans difficulté le 3-*benzoyl*-1-*isopropylcylopentane*, huile de couleur légèrement ambrée et d'odeur faible, bouillant à 166° sous 12^{mm}. Son *oxime*, très bien cristallisée et assez peu soluble dans l'alcool, fond à 128°.

La méthylation de cette acétone au moyen de l'amidure de sodium et de l'iodure de méthyle nous a fourni le 3-*benzoyl*-3-*méthyl*-1-*isopropyl-cyclopentane*

```
                        CH³
           CH — CH<
          /  \          CH³
      CH²      CH²
       |        |    CO — C⁶H⁵
      CH²——————C<
                     CH³
```

dont les propriétés ressemblent à celles de son homologue inférieure et qui bout à 172° sous 15^{mm}.

Son oxime est également cristallisée en belles aiguilles blanches fondant à 96°, 5.

Enfin l'acétone méthylée, chauffée avec de l'amidure de sodium, en présence de toluène, s'est dédoublée en benzène et amide de l'acide 3-*méthyl*-1-*isopropylcyclopentane*-3-*carbonique*

```
                        CH³
           CH — CH<
          /  \          CH³
      CH²      CH²
       |        |    CO — AzH²
      CH²——————C<
                     CH³
```

Selon nos prévisions, cette amide devait se trouver identique à la dihydrofencholénamide racémique. Nous avons préparé cette dernière en mélangeant parties égales de dihydrofencholénamide droite, provenant de la

fénone ordinaire de l'essence de fenouil qui est droite, et de l'amide isomère préparée au moyen de fénone gauche extraite de l'essence de thuya. Un échantillon de cette dernière avait été gracieusement mis à notre disposition par la maison Schimmel, à laquelle nous sommes heureux d'adresser ici nos remercîments.

Tandis que les deux amides actives fondent l'une et l'autre à 94°, l'amide racémique, beaucoup moins soluble dans les dissolvants, fond à 116°. MM. Ph. Barbier et V. Grignard, qui viennent aussi de préparer cette même amide, l'ont obtenue fondant à 114°-115° (*Bull. Soc. chim.*, 4e série, t. V, p. 523).

Or, l'amide synthétique, provenant du dédoublement par l'amidure, ressemble beaucoup, par son apparence et ses solubilités, à l'amide racémique naturelle, mais elle fond à 109°; les nombreuses tentatives que nous avons faites pour élever son point de fusion par cristallisation fractionnée ont échoué. Cependant des mélanges de ces deux amides en diverses proportions ont toujours des points de fusion compris entre 109° et 115°, ce qui semble indiquer que l'amide synthétique, fusible à 109°, constitue un mélange difficilement séparable de l'amide racémique fusible à 116° avec un isomère.

Des expériences complémentaires, que nous publierons prochainement à cette place, ont montré en effet que cette supposition était exacte.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la cyclisation des acides cétoniques.* Note de MM. **E.-E. Blaise** et **A. Kœhler**, présentée par M. Haller.

On sait que les acides δ-cétoniques se cyclisent sous l'influence de l'éthylate de sodium pour donner des dihydrorésorcines, mais, jusqu'ici, l'étude de la cyclisation des acides cétoniques était limitée aux acides δ-cétoniques, faute de disposer d'une méthode de préparation pour les acides dans lesquels les fonctions acide et cétone sont plus éloignées l'une de l'autre. Nous avons montré, dans une Note antérieure, que l'action des dérivés organo-métalliques mixtes du zinc sur les chlorures-éthers des acides bibasiques permet d'obtenir tous les acides cétoniques, à partir des termes en γ, indépendamment de la position relative des deux fonctions. Grâce à cette méthode, nous avons pu étudier d'une manière systématique la cyclisation des acides cétoniques.

Le premier essai de cyclisation d'un acide ε-cétonique est dû à Baeyer et Oehler (*Berichte*, t. XXIX, p. 27), qui obtinrent une méthylisobutyryl-

cyclopentanone en traitant l'oxymenthylate d'éthyle par le sodium, en présence de xylène. Mais ces auteurs n'établirent pas la constitution de la cétone formée. Il est facile de voir que la cyclisation d'un éther ε-cétonique peut se faire de deux manières. Si elle a lieu comme dans le cas des éthers δ-cétoniques, il doit se former une cycloheptanedione; dans le cas contraire, elle ne peut conduire qu'à une acidylcyclopentanone :

CO
CH^2 CH^2
CH^2 $CH^2-CO^2C^2H^5$
CH^2

CO CH^2
CH^2 CO
CH^2 CH^2
CH^2

$CH^3-CO-CH$——CO
CH^2 CH^2
CH^2

L'expérience montre que c'est dans ce dernier sens que la réaction se produit. En effet, en partant de l'heptanone-6-oate d'éthyle-1, la dicétone qui prend naissance ne renferme qu'un seul atome d'hydrogène acide; on voit, au contraire, qu'elle en renfermerait deux si la chaîne carbonee s'était fermée en C^7.

L'agent de condensation que nous avons employé dans tous les cas est l'éthylate de sodium sec, qui fournit de très bons rendements.

Les acidylcyclopentanones, possédant un atome d'hydrogène acide, présentent toutes les réactions caractéristiques des β-dicétones monoalcoylées. En particulier, elle peuvent être alcoylées par action des iodures alcooliques sur leurs dérivés sodés, mais cette alcoylation présente d'assez grandes difficultés pratiques, par suite de la facilité avec laquelle les acidylcyclopentanones, fixant une molécule d'alcool, régénèrent l'éther cétonique primitif.

Nous sommes, cependant, parvenus à tourner cette difficulté en faisant réagir l'iodure alcoolique sur le dérivé sodé sec et parfaitement exempt d'alcool. L'intérêt de cette alcoylation réside dans ce fait qu'elle fournit des alcoylacidylcyclopentanones dont la chaîne s'ouvre très aisément par action des alcalis avec formation d'acides ε-cétoniques alcoylés en position δ :

$CH^3-CO-CH$——CO
CH^2 CH^2
CH^2

→

R
CH^3-CO >CH——CO
CH^2 CH^2
CH^2

→ $CH^3-CO-CH(R)-(CH^2)^3-CO^2H$.

Parmi les corps que nous avons obtenus, nous mentionnerons les suivants : *éthanoyl-1-cyclopentanone-2*; s'obtient par l'action de l'éthylate de sodium

sec, en présence d'éther absolu, sur l'heptanone-6-oate d'éthyle-1. Liquide bouillant à 75° sous 8^{mm}, colorant le perchlorure de fer en violet. Par éthylation de cette dicétone, on obtient l'*éthyl-1-acétyl-1-cyclopentanone-2*, qui ne colore plus le perchlorure de fer et bout à 97°-99° sous 15^{mm}. Par action des alcalis sur cette dernière dicétone, la chaîne s'ouvre et l'acide éthylheptanonoïque prend naissance; mais si l'on emploie l'éthylate de sodium, c'est l'éthyl-5-heptanone-6-oate d'éthyle-1 qui se forme, cet éther bout à 134°-136° sous 14^{mm}. La *propanoyl-1-cyclopentanone-2* résulte de même de la cyclisation de l'octanone-6-oate d'éthyle-1. Liquide bouillant à 90° sous 13^{mm} et dont nous avons préparé également les homologues méthylé et éthylé.

On ne connaissait pas, jusqu'ici, d'acide ζ-cétonique synthétique et, par suite, la cyclisation de ces acides n'avait pu être envisagée. Nous avons constaté qu'elle se produit très facilement, par action de l'éthylate de sodium sec sur les éthers-sels correspondants. Dans ce cas, elle se produit de la même manière que pour les éthers ε-cétoniques, c'est-à-dire du même côté de la fonction cétone et fournit des acidylcyclohexanones :

$$\begin{array}{ccc} C^2H^5-CO-CH^2 & & C^2H^5-CO-CH \\ CH^2 \quad CO^2C^2H^5 & & CH^2 \quad CO \\ CH^2 \quad CH^2 & \rightarrow & CH^2 \quad CH^2 \\ CH^2 & & CH^2 \end{array}$$

Celles-ci possèdent un atome d'hydrogène acide et jouissent de toutes les propriétés β-dicétoniques. La propanoyl-1-cyclohexanone-2, obtenue par action de l'éthylate de sodium sur le nonanone-7-oate d'éthyle-1 est un liquide incolore, bouillant à 122°-123° sous 21^{mm} et possédant une odeur assez analogue à celle de l'acétophénone.

La chaîne des acidylcyclohexanones s'ouvre avec une extrême facilité, de telle sorte que l'alcoylation de ces dicétones présente des difficultés presque insurmontables. On obtient toujours un mélange d'éther cétonique primitif et d'alcoylacidylcyclohexanone. Comme ces corps sont tous deux neutres et bouillent sensiblement au même point, il est presque impossible de les séparer l'un de l'autre.

Nous avons enfin examiné le cas des éthers η-cétoniques. Dans quelques conditions qu'on se place, ces éthers ne subissent aucune cyclisation, ni par action de l'éthylate de sodium sec, ni sous l'influence du sodium en présence de xylène.

Au point de vue général, les résultats précédents montrent que la cyclisa-

tion des acides cétoniques s'effectue toujours sur l'un des atomes de carbone voisins de la fonction cétone. Ils montrent en outre, avec évidence, que les chaînes cycliques en C^5 et C^6 sont celles qui ont le plus de tendance à se former. Si deux chaînes fermées en C^4 ou C^6 sont possibles, c'est la chaîne en C^6 qui prend naissance. De même, si deux chaînes fermées en C^5 ou C^7 sont possibles, c'est la chaîne en C^5 qui se forme. De même encore, s'il y a possibilité de fermeture en C^6 ou C^8, c'est en C^6 que le cycle se ferme. Enfin, dans le cas où la chaîne fermée minima qui pourrait prendre naissance renfermerait 7^{at} de carbone, la cyclisation ne se produit plus. Ces résultats sont remarquablement en accord avec la théorie de la tension intramoléculaire de Baeyer et peuvent en être considérés comme une démonstration.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'oxydation des polyalcools par un système peroxydasique.* Note de MM. **E. de Stœcklin** et **E. Vulquin**, présentée par M. Roux.

L'un de nous (¹) a montré que le tannate de fer et l'eau oxygénée forment un système peroxydasique susceptible d'oxyder de nombreux corps organiques, notamment les monoalcools, pour les transformer en aldéhydes et en acides correspondants. A la suite d'observations faites en collaboration avec M. Vulquin, il indiquait (²) que cette propriété oxydante s'étend également à d'autres corps organiques associés au fer. En effet, l'acide humique, la cellulose précipitée, l'amidon soluble, le glucose, l'hydroquinone, etc., mis en présence de sels ferriques et d'eau oxygénée, ont le même effet.

Les polyalcools résistant à l'action du tannate de fer, nous avons cherché à réaliser un autre système peroxydasique capable d'oxyder ces corps. Nous nous sommes servis à cet effet d'une solution aqueuse, à saturation, de quinhydrone à laquelle nous avons ajouté, soit du sulfate, soit du chlorure ferrique, en quantité telle que la solution ainsi formée renfermât 1^{mg} de fer par centimètre cube. Dans ce composé que, pour la simplicité de l'exposé, nous désignerons par le terme de *quinhydrate de fer* (par analogie avec le tannate de fer), le fer doit être tout ou partie associé au corps organique ; il est, en effet, difficilement décelable par les réactifs usuels du fer et ne

---

(¹) E. de Stœcklin, *Comptes rendus,* 28 décembre 1908.
(²) E. de Stœcklin, *Comptes rendus,* 15 février 1909.

donne de réactions vraiment nettes que si l'on détruit la combinaison par un acide fort ou par électrolyse.

Le quinhydrate de fer ainsi préparé transforme les polyalcools en sucres réducteurs. Le pouvoir oxydant du quinhydrate de fer n'est pas dû, comme on pourrait le croire, à du fer resté libre, et passé à l'état de sel ferreux, réagissant, en présence d'eau oxygénée, sur les polyalcools pour les transformer en sucres aldéhydiques, ainsi que l'ont montré Fenton et Jackson (1).

En effet, ces auteurs se sont servis de masses relativement considérables de sel ferreux pour obtenir des quantités de sucre relativement faibles, formées à la suite de réactions excessivement violentes. Nous avons opéré, au contraire, avec des traces de fer (1^{mg} à 2^{mg}) et nous avons obtenu des quantités de sucre 1000 fois supérieures au poids du fer mis en œuvre, et cela sans trouble ni dégagement de chaleur apparent, nous rapprochant ainsi singulièrement des oxydations biochimiques.

De plus, Fenton et Jackson n'ont produit que des sucres aldéhydiques; le quinhydrate de fer oxyde les polyalcools en fournissant un mélange d'aldose et de cétose.

Il est à remarquer que, dans l'oxydation des polyalcools par ce procédé, la réaction ne s'arrête pas au premier stade d'oxydation; elle continue, comme nous l'avons montré pour les monoalcools et les phénols, en donnant des produits d'oxydation plus avancés. Ceci explique l'impossibilité où nous sommes, pour le moment, d'isoler les sucres formés à l'état de pureté. Nous avons dû nous borner à caractériser pour l'instant la nature aldéhydique ou cétonique du produit formé. Voici le résumé de nos expériences :

Glycol. — Le produit d'oxydation donne la réaction de Schiff, réduit la liqueur de Fehling. Le corps formé est de l'aldéhyde glycolique.

Glycérine. — Le produit d'oxydation réduit à froid la liqueur de Fehling; la présence d'aldéhyde glycérique est décelée par la réaction de Schiff. D'autre part, nous constatons la présence de la dioxyacétone par une forte réaction de Séliwanow, les réactions colorées de Denigès (2) et formation de méthylglyoxal aux dépens du produit. Osazone cristallisée en lamelles brillantes, fusibles vers 135°.

Mannite. — Le produit d'oxydation réduit la liqueur de Fehling, donne *à froid* une hydrazone fondant à 197°, dont on a régénéré le mannose d'après E. Fischer. D'autre part, la liqueur primitive donne une très forte réaction de Séliwanow, et les réactions colorées de Denigès, d'où nous concluons également à la présence d'un sucre cétonique. Osazone, p. f. 188°, fines aiguilles en aigrettes.

Dulcite. — Le produit d'oxydation réduit la liqueur de Fehling, donne une osazone identique à la dulcitosazone de Fischer (3); même point de fusion : 205°. Mise en évidence d'une fonction cétonique par les réactions de Séliwanow et de Denigès. Le

---

(1) Fenton et Jackson, *J. of the chem. Soc.*, t. I, p. 75.

(2) Denigès, *Comptes rendus*, 18 janvier 1909, p. 172.

(3) E. Fischer, *Ber.*, t. XXVII, p. 1524.

peu de substance dont nous disposions ne nous a pas permis de rechercher la présence d'un sucre aldéhydique, probablement présent néanmoins [1].

Sorbite. — Nous devons à la complaisance de M. Bertrand, que nous remercions de son amabilité, d'avoir pu également expérimenter sur la sorbite. Le produit d'oxydation réduit la liqueur de Fehling, donne deux osazones de formes distinctes : l'une lamellaire, l'autre en fines aiguilles courbes groupées en sphérules. D'une solution dans l'acétone de cette osazone complexe, p. f. 197°, nous avons précipité par l'éther une osazone recristallisée dans l'alcool, la benzine et l'acétone, dans laquelle nous n'avons plus retrouvé que les sphérules typiques du sorbosazone. Nous avons mis en évidence la fonction cétonique de ce sucre par les réactions de Séliwanow et de Denigès. L'insuffisance du matériel ne nous a pas permis de rechercher la présence probable d'un sucre aldéhydique à côté du sorbose.

BOTANIQUE. — *Sur les phénomènes de fécondation chez les* Zygnema. Note de M. **P.-A. Dangeard**, présentée par M. Guignard.

Dans la reproduction sexuelle, il faut considérer non seulement la fusion des gamètes et celle de leurs noyaux, mais aussi la *réduction chromatique*.

On admettait il y a quelques années, à la suite des belles recherches de Van Beneden sur l'*Ascaris* (1883), que la réduction chromatique précédait toujours la fécondation; on croyait même assez généralement que cette réduction chromatique était la raison d'être de la sexualité.

Ayant constaté que chez les Chlamydomonadinées les gamètes avaient le même nombre de chromosomes que les cellules végétatives, nous avons dû envisager autrement que nos prédécesseurs l'origine de la sexualité et ses conséquences sur le développement des êtres [2].

Nos recherches ont porté cette année sur les Conjuguées; elles sont assez avancées, en ce qui concerne le *Zygnema stellinum*, pour que nous puissions en dégager les principaux résultats.

Les filaments de cette alque ont un diamètre de 22^{μ} à 25^{μ}; les cellules sont de une à trois fois aussi longues que larges; la dimension des zygospores atteint 35^{μ} en diamètre.

La division nucléaire a été étudiée d'une part dans les filaments végétatifs, et d'autre part dans les filaments copulateurs.

---

(1) C. Neuberg et J. Wohlgemuth, *Zeit. phys. Chem.*, t. XXXVI, p. 219.

(2) P.-A. Dangeard, *Mémoire sur les Chlamydomonadinées* (*Le Botaniste*, 6e série).

Nous n'entrerons pas ici dans le détail de cette division malgré l'intérêt qu'elle présente : il s'agit d'ailleurs d'une téléomitose normale. Ce qu'il faut en retenir, c'est l'absence d'une réduction chromatique précédant la fécondation ; les mitoses végétatives, comme celles qui précèdent directement la formation des gamètes, montrent le *même nombre de chromosomes ;* nous avons pu en compter douze d'une façon régulière, soit à la prophase, soit au stade de la plaque équatoriale, soit à l'anaphase.

Ayant élucidé ce premier point, notre attention s'est portée : 1° sur la formation de l'œuf et sa structure ; 2° sur les formes aberrantes d'oospores.

La distinction des filaments mâles et des filaments femelles se fait d'assez bonne heure, parfois un peu avant la première apparition des filaments copulateurs. Dans les individus mâles, l'axe formé par les deux chromatophores et le noyau tend à se placer perpendiculairement au filament; il s'avancera plus tard dans le canal en gardant cette position. Dans les individus femelles, les chromatophores et le noyau conservent leur position normale suivant l'axe.

Après gélification et disparition de la membrane de séparation du canal copulateur, le gamète mâle aborde le gamète femelle en gardant l'orientation précédente; c'est alors que se produit la fécondation. Le chromatophore antérieur s'écarte et les deux noyaux, se rapprochant au contact, se fusionnent très rapidement.

L'oospore s'arrondit et s'entoure d'une membrane propre qui se subdivise en une endospore cellulosique et une exospore cutinisée; celle-ci montre plus tard de nombreuses ponctuations. Les quatre chloroleucites étoilés conservent leurs pyrénoïdes; ils sont orientés très régulièrement sous la membrane.

Le noyau de conjugaison occupe le centre de l'oospore; il est rattaché aux chloroleucites par de minces trabécules protoplasmiques; son volume augmente sensiblement; il peut être évalué approximativement à quatre fois celui des noyaux copulateurs; sa structure est dense et le nucléoplasme renferme de nombreux petits granules chromatiques.

L'oospore, même dans les cas de conjugaison normale, reste parfois engagée plus ou moins dans le canal copulateur qu'elle distend; il existe aussi des exemples nombreux où l'oospore, ayant la forme d'une haltère, conserve ses deux moitiés dans chaque filament; elle ne s'en recouvre pas moins d'une membrane.

Dans ces zygospores à forme irrégulière, la fusion des noyaux peut se faire normalement, et le noyau copulateur occupe alors le milieu du canal; mais cette fusion est quelquefois retardée très longtemps, sans qu'on puisse dire qu'elle se produit nécessairement. Nous avons vu aussi un exemple dans lequel le noyau femelle, contrairement à la loi générale, avait fait tout le chemin pour venir se fusionner avec le noyau mâle, resté entre les deux chromatophores.

Cette espèce montre ainsi tous les passages entre l'hétérogamie, l'isogamie et sans doute aussi la parthénogenèse; elle constitue un excellent exemple pour l'étude des problèmes qui se rattachent à la sexualité générale.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Nouvelles observations sur la Teigne de l'Olivier* (Prays oleæ *Bernard*). Note de M. **Th. Dumont**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Les observations les plus récentes publiées à ce jour relatives aux mœurs de la Teigne de l'Olivier ont révélé, chez cette espèce, l'existence de trois générations annuelles s'attaquant chacune à une partie différente de l'arbre : la première aux feuilles, la deuxième aux fleurs, la troisième aux fruits.

D'après les recherches que nous avons faites à ce sujet, le cycle évolutif du *Prays oleæ* nous apparaît plus complexe.

La ponte d'une même génération n'est pas exclusivement déposée sur une partie déterminée de la plante. Les adultes peuvent pondre leurs œufs sur divers milieux et, suivant la nature de ces milieux, la durée de l'évolution larvaire varie très sensiblement. Il en résulte que le nombre de générations annuelles est également variable et que leur succession ne se présente pas avec toute la netteté et la régularité signalées par quelques auteurs.

Ainsi les larves de première génération, qui passent l'hiver dans les tissus intra-épidermiques foliaires, ont deux origines : les unes proviennent d'œufs déposés en juillet à la page supérieure de la feuille par les femelles de deuxième génération; les autres naissent d'œufs déposés également sur les feuilles, mais pondus en septembre-octobre par les adultes de troisième génération. Au printemps, dès qu'elles ont atteint 4^{mm} à 5^{mm} de long, les larves abandonnent leurs galeries pour se nourrir, les unes de l'épiderme inférieur et du parenchyme de la feuille, les autres des bourgeons terminaux et axillaires en voie d'évolution. Elles atteignent leur maturité sexuelle en avril-mai. Les adultes déposent leurs œufs sur les boutons floraux. A défaut de fleurs, la ponte a lieu sur les feuilles. Les jeunes larves percent la corolle et se nourrissent de l'ovaire, de l'anthère et du pollen. Les papillons de deuxième génération déposent leurs œufs sur deux milieux différents : sur le calice encore persistant des jeunes fruits et à la page supérieure des feuilles. Les larves qui en proviennent pénètrent, les unes dans le noyau de l'olive et les autres dans le parenchyme de la feuille. Les métamorphoses des premières ont lieu en septembre de l'année même, tandis que les deuxièmes ne se transforment en insectes parfaits qu'au printemps de l'année suivante.

La Teigne de l'Olivier n'a donc pas trois générations complètes. Elle en a deux ou trois, suivant que les œufs d'été sont déposés sur les feuilles ou sur les fruits. Lorsque, pour une cause quelconque, les fleurs font défaut, on n'observe plus qu'une seule génération.

Si le nombre des générations d'un insecte peut varier avec le milieu sur lequel la ponte est déposée, il faut en attribuer la cause à l'influence de l'ali-

mentation sur la durée de l'évolution larvaire. Celle-ci est de 290 jours environ pour les larves qui se nourrissent exclusivement de feuilles et de 55 jours seulement lorsque ces mêmes larves vivent du tissu cellulaire du pédicelle et de l'amande de l'olive. On ne saurait faire intervenir ici l'influence de la température, puisque la naissance de ces chenilles a lieu à la même époque.

Les larves qui éclosent en septembre et qui se nourrissent du parenchyme des feuilles dans leur jeune âge et des bourgeons naissants ensuite atteignent leur maturité sexuelle en 210 jours, soit 80 jours en moins que celles qui ne consomment que des feuilles. La plus grande rapidité de développement s'observe chez les larves qui vivent des organes de reproduction de la fleur; elles arrivent au terme de leur croissance en 20 jours.

La durée de l'évolution larvaire semble donc intimement liée à la nature de l'alimentation de la larve.

A ces diverses observations nous croyons devoir ajouter les résultats de nos recherches sur le mode de pénétration des larves de *Prays* dans le noyau de l'olive. La jeune chenille, au lieu de traverser en profondeur la pulpe et le noyau encore tendre du fruit, comme le pensent quelques auteurs, pénètre par le pédicelle dans lequel elle creuse une fine galerie qu'elle continue dans la double cloison qui sépare les deux loges de l'ovaire. Ce n'est que lorsque l'albumen de la graine commence à se durcir que la larve quitte cette paroi pour se nourrir de l'amande. En se frayant ainsi un passage dans le pédicelle et suivant qu'elle blesse plus ou moins profondément le tissu vasculaire de cet organe, la larve peut provoquer la chute des fruits. De nombreuses olives tombent ainsi à terre avant la complète formation du noyau et de son amande. Les larves qu'elles contiennent, ne trouvant plus une nourriture convenable, meurent prématurément. D'après nos calculs, nous estimons à plus de 80 pour 100 la mortalité des chenilles habitant les fruits.

Les adultes de deuxième génération du *Prays oleæ*, en ne déposant pas exclusivement leurs œufs sur un même milieu, semblent donc obéir à un instinct de conservation de l'espèce.

ACOUSTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Action sur l'oreille à l'état pathologique des vibrations de la sirène à voyelles.* Note de M. **Ranjard**, présentée par M. Yves Delage.

Depuis 2 ans j'emploie, dans les cas de surdité due à des lésions chroniques non suppurées de l'appareil auditif, la méthode des exercices

acoustiques au moyen de la sirène à voyelles inventée par M. Marage. J'ai traité de cette façon 51 cas de surdité, d'origine et d'intensité diverses. Dans tous ces cas, sauf un (chez un scléreux syphilitique et fumeur), j'ai obtenu une amélioration constatable à l'acoumètre. Mais je ne veux considérer comme succès que ceux où l'amélioration a été totale ou suffisante pratiquement et s'est maintenue intacte. Ainsi considérés, ces succès ont été au nombre de 36 sur 51 cas traités. Parmi ces 36 sourds, 14 ont acquis une audition normale bilatérale, 12 l'ont obtenue d'un côté seulement, 10 ne sont pas tout à fait parvenus à la normale et ont conservé l'oreille dure, mais en étant moins sourds qu'avant le traitement.

La proportion des succès a été variable, non avec l'intensité de la surdité, mais avec la nature des lésions et la courbe graphique de l'acuité auditive. Je puis à ce point de vue en établir la classification suivante :

1° *Otites moyennes.* — *a.* Otites moyennes adhésives consécutives à des otites catarrhales ou suppurées guéries : 9 observations, 9 succès (8 ont obtenu la normale, 1 l'a obtenue d'un côté seulement).

b. Otites moyennes scléreuses : 20 observations, 13 succès, se décomposant en :

Otites récentes................	5 observations	4 succès
Otites anciennes..............	15 »	9 »

Le plus probant de ces résultats est celui acquis par une dame de 54 ans, sourde depuis 36 ans et ne pouvant entendre qu'à l'aide d'un cornet acoustique. Au bout de 6 semaines de traitement, elle obtint une acuité normale bilatérale, entendant la montre à 70^{cm} à droite et à 5 *mètres* à gauche. Le résultat se maintient depuis 18 mois.

2° *Otites mixtes* (tympano-labyrinthiques). — 13 observations, 9 succès, se décomposant en :

	Observations.	Succès.
Otosclérose primitive......................	4	4
Artériosclérose............................	6	4
Intoxication au cours d'une grossesse.......	1	1
Intoxication gastro-intestinale.............	2	0

Dans cette catégorie, la proportion des succès a été dans les cas où le trou dans l'audition se trouvait sur l'1 plus grande que dans les autres. — Les quatre insuccès ont été observés : deux chez des artérioscléreux renforcés avec troubles cardio-vasculaires ; deux chez des malades présentant des signes d'auto-intoxication gastro-intestinale, révélés par l'analyse des urines.

3° *Surdités centrales :*

a. Accidents méningitiques..........	1 observation	1 succès
b. Fractures du crâne...............	2 »	2 »

4° *Surdi-mutité :*

a. Congénitale .... 3 observations 1 succès

Ce succès fut obtenu chez un garçon ayant des restes d'audition lui permettant d'entendre la voix comme son, mais non de la comprendre sans s'aider de la lecture sur les lèvres. Il est parvenu à suivre une conversation particulière les yeux fermés. Des deux autres cas, l'un avait l'audition nulle et je n'ai pas obtenu de changement pour la parole, l'audition pour les bruits s'étant seule légèrement développée ; l'autre avait un trou sur l'I dans son audition et ne fut que très insuffisamment amélioré.

b. Surdi-mutité acquise .... 1 observation 1 succès

C'est celui d'une femme de 40 ans ayant été atteinte à l'âge de 1 an d'otites moyennes suppurées compliquées d'accidents labyrinthiques ou méningitiques ainsi qu'en témoignent les courbes de son acuité auditive. L'acuité moyenne est $\frac{1}{283}$ à droite et $\frac{1}{268}$ à gauche ; l'I n'est entendu sous aucune pression à droite ou à gauche. Cette sourde-muette, très intelligente, a appris à parler et à lire sur les lèvres, mais elle ne paraissait pas avoir la notion du son. Elle disait entendre seulement la trépidation du tambour, des cloches ou d'un train en marche. Le traitement dura 8 semaines. Au bout de ce temps, l'acuité auditive était normale à droite et à gauche et s'est maintenue telle depuis 6 mois que le traitement a cessé. Cette personne apprend maintenant le *français parlé* et fait des progrès assez rapides, malgré son âge.

Conclusions. — 1° La sirène à voyelles m'a donné des résultats sensiblement identiques à ceux obtenus par M. Marage.

2° Le traitement doit être essayé quelles que soient l'intensité et l'ancienneté de la surdité, même si elle est complète. Beaucoup de malades très sourds sont plus améliorables que d'autres ayant seulement l'ouïe un peu dure.

3° La forme de la courbe graphique de l'acuité auditive et la recherche de la cause de la surdité donneront le pronostic exact du cas. On ne devra pas négliger l'examen général complet du sujet (pression artérielle, examen des urines, etc.), ni le traitement étiologique simultané s'il est possible.

4° La sirène à voyelles améliore d'ordinaire simultanément l'audition pour la parole, pour la musique et pour les bruits. Elle peut n'améliorer que la première.

Dans les surdités centrales, l'audition la plus respectée est la plus améliorée.

5° Les seules contre-indications au traitement sont :

a. L'inflammation ou la suppuration de l'oreille ;

b. L'âge du sujet (avant 12-15 ans; après 70 ans);

c. L'état général mauvais;

d. L'hystérie; au contraire de ce qu'ont prétendu certains auteurs qui n'ont d'ailleurs pas expérimenté la sirène, on ne peut attribuer ses succès à la névrose, puisqu'elle n'améliore pas les névropathes.

PHYSIOLOGIE. — *Relation entre le sommeil et les rétentions d'eau interstitielles.* Note [1] de M. **Devaux**, présentée par M. Dastre.

Des observations nombreuses tendent à établir que tout organe en état de fonctionnement élève son pouvoir osmotique [2]. Le siège de cette augmentation est, avant tout, dans la lymphe, comme on l'a constaté en particulier chez le cheval. C'est à cet accroissement de pouvoir osmotique que sont dus l'œdème et la soif de fatigue, la lymphe interstitielle fixant alors une quantité d'eau plus grande que la normale. Il se produit en même temps des modifications histologiques des éléments cellulaires consistant essentiellement en une rétraction plus ou moins forte des corps protoplasmiques et des noyaux, accompagnée de vacuolisation [3].

Des observations récentes [4] ont montré que dans l'insomnie expérimentale il se produit aussi des altérations histologiques très semblables. Dans les besoins impérieux de sommeil comme dans les états de fatigue extrême, les cellules et les noyaux diminuent de volume et, en même temps, il y a formation de vacuoles à leur intérieur. Ce double effet doit être attribué à une perte d'eau causée, dans la fatigue tout au moins, par une augmentation du pouvoir osmotique de la lymphe. D'ailleurs des modifications du même ordre ont été signalées récemment sur les cellules nerveuses plongées dans un milieu hypertonique [5].

---

(1) Présentée dans la séance du 17 mai 1909.

(2) Miss Cooke, *Experiments upon the osmotic properties of the living Froy's muscle* (*Journal of Phys.*, t. XXIII, p. 137 et suiv.). — Stéphane Leduc, *Variations de la pression osmotique dans le muscle par la contraction* (*Comptes rendus*, t. CXL, p. 1190).

(3) Nombreuses recherches par Vas, Maun, Demoor, Hodge, Nissl, Lugaro, Puguet, Picq, Guérini, Gérard, Van Durme, 1892-1901. — Voir Joteyko, *Phénomènes microscopiques de la fatigue* (art. *fatigue* du *Dict. de Physiol.* de Ch. Richet).

(4) Piéron et Legendre, *C. R. de la Soc. de Biologie* de 1907 (16 février, 23 février, 7 et 20 juin).

(5) Marinesco, *Lésions des cellules nerveuses produites par les variations expérimentales de la pression osmotique* (*Zeitschrift für Allgemeine Physiologie*, 1908).

Il semble donc exister une relation remarquable entre la fatigue, le besoin de sommeil et les rétentions d'eau interstitielles. Plus la fatigue ou le besoin de sommeil sont marqués, plus aussi l'avidité de la lymphe pour l'eau est grande. Si les altérations histologiques de l'insomnie sont véritablement dues à l'hypertonie lymphatique, il doit en résulter une tendance plus ou moins marquée à l'œdème des tissus pendant l'état de sommeil. C'est ce que j'ai entrepris de vérifier par des observations directes.

Œdème des dormeurs. — Un premier fait banal doit être retenu tout d'abord : c'est l'œdème des paupières et du visage, très fréquent à la suite d'un sommeil lourd et prolongé. Il faudrait démontrer en outre que cet œdème n'est pas localisé à la face mais généralisé à tout l'organisme; et d'autre part qu'il est constant dans tout sommeil normal.

Pour vérifier l'existence d'un œdème très faible et non apparent chez un sujet endormi, j'ai eu recours à l'appréciation de la persistance plus ou moins grande des empreintes cutanées produites par un poids léger et constant, appliqué toujours sur la même région. Comme région très accessible (et où l'épreuve puisse être faite sans réveiller le sujet), l'avant-bras convient parfaitement. La durée de l'empreinte a été mesurée successivement pendant l'état de sommeil et pendant l'état de veille. J'ai fait mes recherches à Hanoï, sur des soldats, en profitant de leur sieste de l'après-midi. Il s'agissait donc d'un sommeil très léger où le phénomène cherché devait être particulièrement fugace. Le Tableau suivant résume les résultats :

Durées d'empreintes cutanées prises à un même niveau, avec un même poids, chez des sujets endormis puis éveillés.

	Pendant l'état de		Différence en faveur de l'état		Pendant l'état de		Différence en faveur de l'état
	sommeil.	veille.	de sommeil.		sommeil.	veille.	de sommeil.
	m s	m s	m s		m s	m s	m s
A......	4.20	3.10	+1.10	N......	5.15	4.20	+0.55
B......	5.10	3.50	+1.20	O......	5.00	4.30	+0.30
C......	2.15	0.50	+1.25	P......	3.00	0.15	+2.45
D......	8.40	5.10	+3.20	Q......	3.45	2.30	+1.15
E......	9.20	6.40	+2.40	R......	2.25	1.40	+0.45
F......	3.40	2.30	+1.10	S......	3.30	2.10	+1.20
G......	4.10	0.55	+3.15	T......	4.10	3.15	+0.55
H......	4.20	0.40	+3.40	U......	7.25	5.40	+1.45
I......	5.15	2.10	+3.05	V......	3.10	2.10	+1.00
J......	3.30	0.40	+2.50	X......	3.00	2.00	+1.00
K......	2.05	1.20	+0.45	Y......	4.10	3.00	+1.10
L......	3.20	2.40	+0.40	Z......	2.50	1.40	+1.10
M......	4.00	2.10	+1.50				

D'après ces observations, on voit que les empreintes ont toujours été plus persistantes pendant le sommeil. L'état œdémateux du sommeil, visible ou non, n'est donc pas localisé au visage ; il existe aussi pour l'avant-bras. On doit en conclure qu'il est sans doute général et que *tout sommeil, même superficiel, est accompagné d'une rétention d'eau interstitielle pour tout l'organisme.* Cet état de choses existerait en particulier pour le cerveau ; et ce serait là l'origine des altérations histologiques causées par l'insomnie forcée.

On peut du reste noter que cette rétention d'eau est loin d'être insignifiante puisque, pour que l'œdème devienne apparent, il faut, d'après les observations de MM. Vidal et Javal (1), que la lymphe subisse un accroissement de sa masse allant jusqu'à 6^{l}.

Conclusion. — L'augmentation de la lymphe, qui se produit si fréquemment dans un grand nombre d'états pathologiques et physiologiques, dans l'ivresse, dans la fatigue, dans l'absorption digestive, se réalise aussi périodiquement dans les états de sommeil. Chaque jour, d'une manière régulière et constante, la puissance osmotique de cette lymphe s'élève en traduisant un drainage général du côté des espaces interstitiels. Cette marée lymphatique, qui devient d'autant plus haute que notre organisme a plus besoin de repos, semble être le phénomène essentiel et caractéristique qui préside à la grande fonction du sommeil.

D'autres faits seront indiqués qui viennent à l'appui de cette interprétation.

ENTOMOLOGIE. — *Métamorphose du système musculaire chez les Muscides.* Note de M. **Charles Pérez**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Au point de vue des phénomènes histologiques dont ils sont le siège pendant la nymphose, il y a lieu de distinguer, chez les Muscides, plusieurs catégories de muscles. J'examinerai d'abord les processus relativement les plus simples, qui se ramènent à des destructions totales et à des édifications totales.

I. *Muscles exclusivement larvaires.* — Ces muscles disparaissent entièrement, dès les premières heures de la nymphose, par phagocytose leucocytaire, ainsi que Kowalevsky et van Rees l'ont bien établi. Les globules du sang affluent en grand nombre au voisinage du muscle encore parfaitement

(1) Vidal et Javal, *Soc. médic. des Hôpitaux*, séance du 26 juin 1906.

normal et s'accumulent d'une manière dense contre sa face profonde, tournée vers la cavité du corps, tandis que la face opposée, qui regarde la peau, en est presque complètement dépourvue. On peut alors observer toutes les étapes de la pénétration des leucocytes : un pseudopode aigu commence à faire dans le sarcolemme une petite perforation; le protoplasme leucocytaire s'y engage, puis le noyau, qui s'étire et s'étrangle et ne reprend sa forme d'équilibre qu'après avoir achevé son passage. Les leucocytes arrivent ainsi à pénétrer dans le sarcoplasme périphérique en n'ayant tout d'abord causé que de légères lésions du sarcolemme. Alors seulement et d'une manière rapide, le sarcoplasme commence à dégénérer en une masse indistincte, interposée entre les leucocytes dont l'immigration croissante achève de disloquer le sarcolemme. En outre aussi, dès la première pénétration des leucocytes, les noyaux musculaires commencent à présenter une altération caractéristique; la chromatine abandonne le voisinage de la membrane et se condense progressivement au centre du noyau; c'est le début de la dégénérescence pycnotique qui transformera bientôt le noyau en une boule chromatique compacte, flottant dans le suc nucléaire; et, sans doute grâce à la pression élastique de ce qui reste encore du sarcolemme, ces noyaux au début de la pycnose sont fréquemment expulsés à une petite distance du muscle; il n'y a évidemment là rien qui puisse être interprété comme une libération spontanée.

Entrés par la surface latérale du muscle, les leucocytes s'insinuent peu à peu en profondeur en cheminant par les travées sarcoplasmiques interposées entre les colonnes contractiles, c'est-à-dire manifestement suivant les régions de moindre résistance. Mais, en outre, un autre point d'élection, pour la pénétration précoce des leucocytes, est l'insertion du muscle sur le tendon qui le rattache à la peau; par là, les leucocytes s'infiltrent entre les extrémités des colonnes contractiles et les détachent de leur insertion; les colonnes n'étant plus maintenues tendues prennent des contours sinueux, et leur écartement rend particulièrement aisé l'envahissement plus actif des leucocytes dans toute la masse musculaire.

Je n'insiste pas sur les phénomènes ultérieurs de la dislocation et de l'englobement des sarcolytes, qui sont les mieux connus. Vers la trentième heure, les sphères de granules se dispersent dans le corps, non point charriées passivement par un courant sanguin très ralenti, sinon même tout à fait stagnant; mais bien par leur amœboïsme propre, grâce auquel ces phagocytes déjà bourrés peuvent aller encore englober des débris variés d'autres tissus, ou bien s'infiltrer dans des tissus imaginaux résistants. La digestion intra-cellulaire des sarcolytes ou des noyaux musculaires pycnotiques ne s'achève qu'aux derniers jours de la nymphose; mais si cette disparition est lente, elle est néanmoins totale et définitive. Jamais les débris des muscles larvaires ne donnent naissance à des tissus imaginaux.

II. *Muscles exclusivement imaginaux.* — Ces muscles s'édifient complètement, pendant la nymphose, aux dépens de myoblastes restés jusque-là embryonnaires (mésenchyme des histoblastes hypodermiques). Une première étape consiste dans la multiplication numérique des myoblastes, par des caryocinèses répétées; c'est le processus général pour tous les tissus imaginaux. Dans une deuxième étape, les myoblastes définitifs grandissent et s'organisent, d'abord en fuseaux où les noyaux se fragmentent par division directe multiple, puis en cylindres allongés, fibres imaginales où les petits noyaux s'ordonnent en chapelets axiaux. Enfin, les fibrilles striées se différencient. Suivant les muscles, la distribution des colonnettes contractiles par rapport au sarcoplasme est assez variée : une seule écorce de colonnettes radiées dans les muscles sous-tégumentaires ventraux; deux écorces emboîtées dans les muscles intrinsèques des pattes, etc. Un cas particulier assez remarquable est présenté par les muscles dorso-ventraux, moteurs extrinsèques des pattes, où la multiplication caryocinétique des myoblastes est suivie d'un processus de fusion en masses syncytiales. La première ébauche du muscle est constituée par un massif très dense de myoblastes, puis de proche en proche ces myoblastes se fusionnent, vers la périphérie, en une écorce syncytiale, tandis que la prolifération continue dans le centre de l'amas myoblastique. Cette écorce fusionnée n'est pas continue, mais décomposée en prismes accolés; et le muscle définitif est composé de colonnes prismatiques dont chacune est homologue de plusieurs fibres parallèles fusionnées, ayant d'ailleurs la même structure que les muscles intrinsèques des pattes.

ZOOLOGIE. — *Sur l'existence de la conjugaison gemmiforme chez les Acinétiens.* Note de M. B. Collin, présentée par M. Yves Delage.

Chez l'une des formes les plus hautement évoluées parmi les Infusoires tentaculifères, *Ephelota gemmipara* Hertwig, j'ai observé l'existence d'une conjugaison totale inégale, avec différenciation en macro- et microgamète, telle qu'on la connaît chez les Vorticelliens. Malgré quelques lacunes restant encore dans l'histoire de son développement, je considère le gamète mâle comme résultant d'un bourgeonnement spécial (rencontré seulement dans les mêmes lots qui contenaient des conjugués). Peut-être s'agit-il d'une véritable *division sexuelle* au sens d'Enriques (1907). Ce bourgeon tentaculé est inséré à la face supérieure du parent et orienté dans le même sens

que lui. On le distingue donc à première vue des individus conjugués, unis en sens inverses et pôle contre pôle. Le gamète mâle est généralement plus petit que le gamète femelle, quoiqu'il y ait çà et là des conjoints subégaux, et son contenu passe lentement dans le macrogamète jusqu'à résorption totale. On observe assez fréquemment; comme chez les Vorticelliens, des conjugaisons triples à deux microgamètes.

Les phénomènes micronucléaires n'offrent dans leur ensemble aucun intérêt spécial, se succédant dans un ordre absolument conforme à ce qui a lieu chez tous les Ciliés. L'existence de micronuclei multiples, très fréquente chez les Suçeurs (*Ephelota, Acineta crevata, fœtida, linguifera, Dendrosomides paguri, Dendrocometes* et *stylocometes,* plusieurs *Ophryodendron*), rend parfois difficile l'exacte identification des stades à mitoses nombreuses, mais les images les plus typiques (par exemple les quatre pronuclei groupés par paires de part et d'autre de la cloison) ne laissent prise à aucun doute.

Ce nouveau macronucléus, issu d'un des produits du noyau fécondé, est d'abord un globe rigoureusement sphérique (à haute tension interne), avec réseau à larges mailles et gros grains acidophiles aux points nodaux (oxychromatine?). Puis la régularité de sa forme s'altère et sa structure devient plus compacte, finement spongieuse, tandis qu'y apparaît la chromatine définitive (basichromatine). Ce sont des anses régulières, très nettes, simples ou doubles, parfois des figures bacillaires groupées en éventail. Cette curieuse formation de simili-chromosomes dans un noyau *au repos* à grande activité trophique (tel qu'un macronucléus d'Infusoire) est à rapprocher du phénomène décrit par Huie (1896) dans les poils de *Drosera*.

Plus tard, ces formations chromatiques s'émiettent, se multiplient et se dispersent; le noyau devient obstusément lobé et acquiert peu à peu sa forme rameuse définitive.

En dehors de cet exemple (jusqu'à présent unique), d'*Ephelota gemmipara,* je n'ai observé chez les autres Acinétiens que la conjugaison ordinaire, *isogame,* sous deux formes distinctes : soit *conjugaison partielle* avec union temporaire des gamètes qui se fécondent réciproquement et se séparent ensuite (*Tokophrya elongata*, *Acineta papillifera* que j'ai revu après Keppen) (1888); soit *conjugaison totale*, avec fusion définitive. Des deux gamètes que rien ne distingue d'abord, l'un abandonne son style et les deux corps se fusionnent en une masse unique adhérente au style de l'autre conjoint; on y retrouve donc, après la conjugaison, les deux noyaux anciens à côté du nouveau macronucléus et, pendant longtemps, deux vacuoles contractiles. Nos observations ont porté d'une part sur *Tokophrya cyclopum* Cl. et L., où je puis confirmer tous les faits brièvement énoncés par Maupas (1889); d'autre part sur *Choanophrya infundibulifera* Hartog, où le phénomène se passe d'une façon très analogue. Chez *T. cyclopum*, les conjugaisons

triples ne sont pas rares et la fusion totale y a lieu comme dans les couples normaux; j'ai constaté aussi, chez cette espèce, des individus *reconjuguants* comme ceux décrits chez *Chilodon*, par Enriques (1908).

Conclusion. — Ces faits, favorables aux relations génétiques entre Acinètes et Infusoires péritriches (établis ailleurs par moi sur d'autres caractères morphologiques), indiquent en même temps que la scission s'est opérée entre les deux groupes à une époque où la conjugaison totale, isogame ou anisogame, n'était pas encore la règle absolue, comme elle semble l'être aujourd'hui et chez *Spirochona* et chez les *Vorticelliens*.

ZOOLOGIE. — *Le rôle de l'eau extérieure dans la fécondation et les premiers stades du développement chez* Rana fusca. Note de M. E. **Bataillon**, présentée par M. Yves Delage.

La fécondation d'un œuf d'Amphibien embrasse un ensemble de conditions fort complexe. Le spermatozoïde doit traverser non seulement une gangue albumineuse très épaisse, mais encore la membrane, qui existe déjà; sa pénétration dans le plasma est accompagnée d'une élimination de fluides, suivie en 30 minutes ou 45 minutes de la rotation de l'œuf et de l'achèvement de la deuxième division polaire. Puis, le spermaster se dessine ainsi que le pronucléus mâle. Tous ces phénomènes nous apparaissent solidaires : c'est un *système lié*, suivant l'expression de Delage. Notre premier objectif sera de délier expérimentalement ce qui est lié dans les conditions ordinaires.

1° *L'hydratation de la gangue et l'imprégnation.* — Des œufs vierges de *Rana fusca* sont immergés dans l'eau et fécondés après des délais variables : un quart d'heure, une demi-heure, une heure, etc. Au bout d'un quart d'heure la proportion des œufs susceptibles d'imprégnation et d'évolution est d'un tiers au maximum. Après une demi-heure, le résultat des opérations est toujours négatif.

Plusieurs lots de matériaux tirés d'une même femelle sont disposés sur des verres de montre dans la chambre humide, puis imprégnés et immergés à intervalles variables. Ces œufs conservés à l'air sont encore fécondables le troisième jour.

Des œufs vierges sont plongés dans des solutions isotoniques de NaCl, $MgCl^2$, sucre de canne (valeur 0,8 pour 100 de NaCl). Dans les deux premiers milieux, la gangue ne se gonfle pas, ne devient pas homogène; elle présente toujours au microscope sa structure plus ou moins fibrillaire. Dans le milieu sucré, elle se gonfle comme dans leau. Après 2 ou 3 heures, les matériaux sont reportés dans l'eau pure additionnée de

sperme. *Le traitement par le sucre empêche l'imprégnation; le résultat est au contraire positif avec* NaCl *et* $MgCl^2$. La fécondation est plus uniforme pour les lots au $MgCl^2$; mais, après 18 heures, des œufs sortis de NaCl m'ont encore donné une bonne proportion de développements réguliers.

Ainsi, la gangue devenue homogène par imbibition est impénétrable au sperme. L'hydratation brusque des enveloppes, sur lesquelles le sperme du mâle accouplé tombe au moment même de la ponte, serait, au moins dans ce cas, un obstacle de premier ordre aux associations illégitimes. Je montrerai prochainement que cette indication ne saurait être généralisée.

2° *Le soulèvement de la membrane et l'orientation de l'œuf consécutive à l'imprégnation.* — Lœb [1] pense que la membrane dite *de fécondation,* chez l'œuf d'Oursin, ne préexiste pas; qu'elle n'est pas simplement soulevée du fait de l'imprégnation ou des traitements parthénogénésiques. Entre autres preuves, il fait valoir que si l'apparition de la membrane a été provoquée par les acides gras ou les alcalis, l'entrée du sperme devient impossible. Je ne conteste que la validité du raisonnement. Chez les Amphibiens, la membrane préexiste, ce qui n'empêche pas la fécondation de s'effectuer; et pourtant, l'*expulsion de fluides,* condition du soulèvement de cette membrane, arrête les spermatozoïdes; comme je le montrerai, qu'il s'agisse de l'imprégnation pure ou même de l'imprégnation sans amphimixie telle que je l'ai décrite chez l'œuf de Pilodyte ou de Calamite actionné par le sperme de Triton. Par contre, je puis, avec Lœb, donner ici une part importante au liquide ambiant dans la turgescence de l'enveloppe. On comprendra même que l'appel d'eau provoqué par l'exsudation plasmatique soit d'une interprétation moins complexe avec l'eau douce qu'avec l'eau de mer.

Des œufs vierges de *Rana fusca* sont extraits de l'utérus, étalés en une seule couche et très légèrement badigeonnés avec le sperme des vésicules séminales. Tout excédent de liquide fécondateur étant éliminé, on les abandonne à la chambre humide. Il ne paraît pas possible que, dans ces conditions, la gangue, si avide d'eau, en laisse parvenir une quantité appréciable au contact de la membrane. La division, à l'air humide, s'effectue dans les délais ordinaires. *Mais la rotation de l'œuf n'est achevée ni à la pre-*

---

[1] J. Lœb, *Ueber die osmotischen Eigenschaften und die Entstehung der Befruchtungsmembran beim Seeigelei* (*Arch. f. Entw. Mech.*, Bd. XXVI, H. 1).

mière, ni à la deuxième segmentation ; je la trouve complète au bout de 18 heures. Donc, *si les fluides rejetés par l'œuf suffisent pour déterminer une orientation tardive, la rotation brusque qui suit l'imprégnation dans les conditions normales exige l'afflux de l'eau extérieure, et la libération de l'œuf dans une atmosphère de liquide plus large.*

La turgescence de l'enveloppe étant supprimée, je m'attendais à de nombreux cas de *polyspermie.* La régularité de la division prouve qu'il n'en est rien. *La seule réaction de l'œuf au contact d'un spermatozoïde, et, dans mon hypothèse, l'exsudation qu'il rejette, suffirait à empêcher toute invasion ultérieure.*

3° *L'imbibition de l'œuf et l'évolution embryonnaire.* — On sait ([1]) que les œufs d'Amphibiens comme ceux de Poissons, hydratés largement au début de l'évolution, poursuivent leur développement à l'air humide ; que, par conséquent, l'embryon n'utilise pas, pour se constituer, les matériaux solides dissous dans l'eau.

L'imprégnation *à sec,* suivant le mode indiqué ci-dessus, ne réaliserait pourtant pas des conditions suffisantes. L'œuf se segmente il est vrai, s'oriente à la longue dans le plasma qu'il a exprimé ; mais la gastrulation est entravée. Il y a un retard très sensible dans l'émiettement au pôle végétatif ; et, si l'on veut dépasser le stade blastulaire, il faut sans trop tarder immerger le matériel.

Dans une expérience du 14 mars, je retire divers lots après des séjours plus ou moins longs à la chambre humide : 18 heures, 25 heures, 42 heures et 50 heures ; seuls, les lots de 18 heures et 25 heures donnent, *pour quelques rares ébauches,* le stade des bourrelets médullaires, mais avec des hernies vitellines souvent énormes ; les gastrulations équatoriales sont nombreuses, et plus nombreuses encore les stéréoblastulas sans trace de gastrulation. Il n'y a *pas un seul embryon normal,* alors que la marche des témoins est d'une régularité parfaite.

Le 7 mars, une autre opération avait été conduite d'une façon un peu différente en ce sens que le *sperme étendu* était versé rapidement sur le matériel vierge puis égoutté et éliminé avec tout le soin possible. Le contact avec l'eau, quoique très court, était plus sérieux que dans l'essai ci-dessus. Les œufs, retirés de la chambre humide après 18 heures ou 24 heures, évoluaient normalement. Mais à partir de la 40e heure, j'enregistrai en quantité les anomalies classiques pour les solutions plasmolysantes. Sur les témoins, je n'en vis pas une seule. Ces résultats méritent l'attention.

([1]) E. Bataillon, *Nouvelles recherches sur les mécanismes de l'évolution,* etc. (*Arch. de Zool. exp.,* 3e série, t. V, 1897).

J'avais montré, *avec les œufs immatures*, que des anomalies fondamentales formant une échelle graduée n'ont rien à voir avec une spécificité chimique quelconque du milieu extérieur. *Les effets de la suppression de l'eau à la fécondation nous prouvent que la modification interne, introduite dans les expériences connues, porte sur le degré d'hydratation des ébauches.*

Ainsi se trouve confirmée par une autre voie mon interprétation (¹) de la tératogenèse par les solutions salines ou sucrées.

ANATOMIE GÉNÉRALE. — *Sur la formation du corps par la réunion de deux moitiés indépendantes, d'après l'origine de la queue de la souche chez les Syllidés.* Note de M. **Aug. Michel**, présentée par M. Henneguy.

La formation d'une partie du corps par la soudure tardive de deux moitiés, libres sur leur longueur jusqu'à un stade assez avancé, est un fait, ce me semble, d'une haute importance au point de vue de l'Anatomie générale : car le procédé habituel consiste dans la combinaison de deux ébauches paires comprises dès le début sous le même contour.

Tel est le cas, chez la plupart des Syllidés, pour la queue de la souche, dont la reformation est ainsi préparée avant le détachement du stolon. Le fait de l'existence, lors de la séparation du stolon, de bourgeons latéraux, composés de 4-7 segments avec appendices sur le bord externe et cirre anal, et de leur soudure ultérieure sur la ligne médiane, a été indiqué nettement par Pruvot, mais sommairement, à propos de la Formation et de l'Évolution des formes stoloniales (*Comptes rendus*, 1889, 1902). Quant à la portée morphologique de ce fait, on n'y a pas insisté : les uns comparent l'origine par demi-bourgeons à la production anormale de bourgeons latéraux qui ne sont que des cas analogues à la régénération ordinaire par bourgeons entiers dès le début, avec le caractère spécial de latéralité, tandis qu'ici le fait remarquable c'est le demi-bourgeon, dont la latéralité plus ou moins accentuée est toute naturelle pour une moitié; d'autres parlent vaguement d'une régénération ultérieure de la queue de la souche, comme si cette reformation

(¹) É. Bataillon, *Études expérimentales sur l'évolution des Amphibiens. Les degrés de maturation de l'œuf et la morphogenèse* (*Arch. f. Entw.-Mech.*, Bd. XII, 1905).

se produisait ordinairement (ce n'est le cas que chez quelques espèces) sous forme d'un régénérat ordinaire.

J'ai eu, à la station zoologique de Naples, l'occasion de suivre en élevage des espèces réalisant les divers types que présente à cet égard la stolonisation.

Chez *Syllis amica* je n'ai vu se produire de queue qu'après départ du stolon par simple régénération.

Syllis vittata, S. prolifera, S. cirropunctata n. sp. (*voir* sur cette espèce *Comptes rendus,* 1er février 1909), m'ont permis de suivre en détail l'évolution de demi-bourgeons.

Immédiatement en avant de l'anneau qui prépare (yeux, etc.) la tête du stolon, on distingue de chaque côté une saillie spéciale disposée transversalement, qui se termine bientôt par un prolongement plus étroit : c'est l'ébauche du futur demi-bourgeon avec son cirre anal. Ils s'allongent; la segmentation apparaît au mamelon, et sur son bord antérieur se développent des cirres dorsaux, à sa face ventrale des rames ventrales; le cirre devient multiarticulé. Mais c'est surtout au départ du stolon que ces productions démasquées deviennent frappantes; ainsi dégagées, de transversales elles deviennent obliques; le nombre des segments distincts est alors de 3 à 6, parfois 8, chez *Syllis prolifera,* de 4 à 7 chez *Syllis cirropunctata;* les premiers segments ont ordinairement déjà des cirres, assez longs et articulés, sur le bord antéro-externe, et leurs rames ventrales peuvent montrer de petites soies; cependant dans la seconde espèce le degré de développement est plus variable, certains demi-bourgeons ne présentant encore qu'une indication de segmentation sans appendices. Ainsi, souvent, les deux parties indépendantes destinées à la réunion sont plus que des ébauches, des moitiés déjà complexes d'une partie notable du corps. Bientôt les deux demi-bourgeons se rapprochent davantage, notamment par l'incurvation en dedans surtout à la face dorsale, d'où, pour l'ensemble, une figure de tenaille avec, sur les bords externes, un éventail de cirres. Enfin, les deux faces internes redressées se rejoignent; leurs bords ventraux se soudent sur toute leur étendue, ainsi que les bases et bientôt les extrémités des bords dorsaux, encore incurvés; par là se trouve constituée une fosse représentant un anus et même un proctodæum; la paroi dorsale de la souche paraît aussi contribuer à la formation de la base et à la limitation proximale de l'anus. Dès lors, un bourgeon entier est constitué qui s'allonge, multiplie ses segments et développe ses appendices comme dans un bourgeon de régénération ordinaire.

Un cas particulier avait davantage attiré l'attention, celui de *Trypanosyllis zebra* (= *Krohnii*).

Chez cette espèce, la queue se reconstitue bien avant la séparation du stolon, au point d'arriver à former à la face ventrale un appendice de longueur notable, donnant l'apparence d'une bifurcation caudale. Cette queue débute aussi par des demi-bour-

geons; mais, d'après mes observations, cet état double dure peu ici : de bonne heure la prolifération s'étend en une bande étroite sur toute la largeur de la face ventrale, terminée de chaque côté par le mamelon primitif avec l'ébauche d'un cirre anal; puis cette bande se rétrécit transversalement jusqu'à se loger entre les tubercules oculifères de la tête du stolon et au contraire se développe perpendiculairement à la face ventrale en une saillie terminée par les deux cirres anaux. Le rapprochement des deux ébauches a donc lieu dès le début, et non lorsqu'elles ont une certaine longueur; d'après cela, il est en outre inexact de dire que c'est la séparation tardive du stolon qui détermine la réunion des ébauches; j'ai même observé un cas où la saillie médiane est tellement précoce qu'on peut douter qu'elle ait été précédée de deux demi-bourgeons espacés aux bords de l'animal. En somme, si ce cas est curieux par la formation d'une queue appendue sous l'animal, au point de vue du mécanisme de l'ontogenèse il rentre, à l'inverse d'autres Syllidiens, dans le cas général de la formation d'un organe impair, unique dès le début, à l'aide de simples foyers pairs dans une même masse.

Il peut se produire des demi-bourgeons supplémentaires, comme je l'ai déjà indiqué pour la tête elle-même (*Comptes rendus,* 15 février 1909) : une paire sur la souche à l'intervalle précédant en avant le niveau normal chez une *Syllis cirropunctata;* un demi-bourgeon avec une demi-tête d'un seul côté sur le stolon à l'intervalle suivant en arrière le niveau normal chez une *Trypanosyllis zebra.*

Qu'arriverait-il si les deux demi-bourgeons ne se réunissaient pas? Deux individus de *Syllis prolifera,* sur lesquels j'avais réussi, immédiatement après la séparation du stolon, à retrancher, complètement et sans autre dommage, un des deux demi-bourgeons, régénérèrent la moitié manquante sur le bord interne de la moitié conservée : ce bord devint de plus en plus saillant, et les segments avec leurs appendices se développèrent progressivement à partir de la base; le retard sur l'autre côté se rattrapant, le bourgeon, d'abord infléchi vers le côté enlevé, se redressa et devint symétrique et normal. Par contre, un individu de la même espèce qui, naturellement, après 2 jours n'avait pas encore réuni ses deux demi-bourgeons, les détruisit au troisième jour et, sur la section déblayée, produisit une queue par régénération ordinaire.

Je ne fais que signaler dans cette Note, pour compléter la description des demi-bourgeons, la présence, chez toutes les espèces citées de ce type, à chaque extrémité en dedans du cirre anal correspondant, d'un très petit prolongement qui, finalement pair au bourgeon reconstitué, paraît représenter le « pseudo-cirre » impair des queues ordinaires primitives ou régénérées.

ZOOLOGIE. — *Sur deux modes différents de régénération chez* Lineus ruber (*Müll.*). Note de M. **Mieczyslaw Oxner**, présentée par S. A. S. le Prince de Monaco.

Il existe chez *Lineus ruber* (Müll.) quelques variétés de couleurs. Tous les organes intérieurs de ces variétés ont la forme et la structure identiques (cela contrôlé *in vivo* par transparence et *post mortem* sur coupes). J'ai remarqué cependant que la relation entre la longueur et la largeur du corps est différente chez les différentes variétés, mais constante pour chaque variété (je parle naturellement des individus adultes). Lorsque, en 1906, j'ai commencé mes expériences sur la régénération chez *Lineus ruber*, j'ai été fort surpris que, sur quinze individus, un seul a régénéré la tête au bout de 10 jours, tandis que chez les autres, même après 3 mois, aucune régénération visible n'a eu lieu. En 1907 et 1908, ayant répété les expériences sur un grand nombre d'individus (plus de 300), j'ai trouvé les faits suivants :

I. Toutes les variétés de couleurs chez *Lineus ruber* régénèrent de la même façon; seule la variété rouge brunâtre se comporte d'une façon différente :

a. En faisant une coupe transversale *entre le cerveau et les organes cérébraux*, sans blesser aucun de ces deux organes, on voit : 1° que les têtes mutilées ainsi périssent toutes au bout de quelques semaines sans entrer dans la voie de la régénération; 2° que les parties postérieures correspondantes régénèrent facilement; mais, tandis que certaines régénèrent *complètement* la tête avec tous ses organes dans 2 à 3 mois (*forme* A), d'autres n'ont besoin que de 10 à 20 jours (*forme* B).

b. En faisant une coupe transversale *entre les organes cérébraux et l'intestin stomacal*, on voit :

1° Qu'excepté les accidents d'expériences, toutes les têtes régénèrent parfaitement leurs parties postérieures avec tous les organes dans 1 à 2 mois; 2° que les parties postérieures (avec le tube digestif tout entier, mais sans cerveau, et les organes cérébraux) dans certains cas (*forme* A), même au bout de 4 à 5 mois, ne montrent presque aucune ébauche de régénération; dans d'autres cas (*forme* B), la régénération de la tête est complète au bout de 10 à 20 jours.

c. En tranchant l'animal transversalement *en plusieurs* (4 à 8) *morceaux,* on constate : 1° que chez *la forme* A, presque aucune régénération ne se produit dans

les tranches privées du cerveau; 2° que chez *la forme* B, on trouve au bout de 15 à 20 jours *autant de nouveaux* individus qu'il y avait de tranches.

II. L'examen très minutieux des caractères morphologiques de deux formes (A et B) n'a pas révélé de différences : tous les organes intérieurs ont la même forme. Sur les coupes je n'ai pas pu constater non plus de différences de structure. La couleur est la même; cependant la *forme* B se distingue par sa faible largeur ($\frac{1}{2}$ à $\frac{3}{4}$ de millimètre) sur une longueur dépassant de beaucoup celle de la *forme* A.

III. En excitant légèrement les animaux de la *forme* A avec une aiguille, on voit que ceux-ci se contractent fortement jusqu'à un tiers de leur longueur en devenant en même temps un peu plus larges. La *forme* B, au contraire, ne se contractait presque pas du tout, sa longueur et sa largeur restant sensiblement les mêmes, mais en revanche elle s'entortillait en spirale. Ces deux réactions physiologiques sont constantes et caractéristiques pour les formes A et B.

Les deux formes A et B présentent alors des différences physiologiques très importantes dans leur système musculaire. Sur les coupes je n'ai pas réussi à constater dans les couches musculaires de différences de structure. En analysant cependant le mécanisme de la contraction de la musculature du corps chez les deux formes de *L. ruber*, on arrive à la conclusion que chez la forme A la contraction du corps, suivant l'axe longitudinal, se produit lorsque les muscles longitudinaux se contractent, tandis qu'en même temps la *musculature circulaire* du corps *se relâche*. Chez la forme B, la *musculature circulaire se contracte* en même temps que les muscles longitudinaux; l'effet produit par cette double contraction n'est pas une diminution de la longueur, mais bien un entortillement plus ou moins en spirale.

Les raisons morphologiques de ces différents phénomènes physiologiques reposent peut-être dans le système nerveux périphérique ou central. Sur les coupes on n'y constate cependant aucune différence. D'autre part la méthode de la coloration vitale, très capricieuse, ne m'a pas donné de résultats satisfaisants en ce qui concerne le système nerveux.

En résumé, je constate que chez *Lineus ruber* (Müll.), var. rouge brunâtre, existent *deux formes* qui, à part les différences relatives de longueur et largeur, ne présentent pas de différences dans les caractères morphologiques; les différences sont : 1° d'ordre physiologique (point III), et 2° d'ordre biologique (point I, *a*, *b*, *c*).

Quelle corrélation peut exister entre ces deux faits : deux façons différentes de contraction musculaire et deux façons de régénérer la tête? Cela reste à étudier. Il serait encore trop tôt peut-être de créer des *espèces biologiques*.

HYDROLOGIE. — *Sur le phénomène d'intermittence du gouffre de Poudak (Hautes-Pyrénées).* Note de M. **E.-A. Martel.**

A 8^{km} sud-ouest de Montréjeau, la Carte au 80000e figure, au hameau de Plan-de-Ponts, un bassin qu'elle dénomme « Gouffre » à la tête du thalweg de l'Aize.

Au cours des recherches d'hydrologie souterraine dont je suis chargé par le Ministère de l'Agriculture, j'ai eu l'occasion, le 30 août 1908, et d'après les indications de M. L. Jammes, professeur adjoint à l'Université de Toulouse, de constater là les faits inconnus suivants :

Le nom véritable est *gouffre de Poudak;* vers 540^m d'altitude, dans le calcaire urgo-aptien, c'est un très pittoresque trou à pic, grossièrement quadrangulaire, entouré d'arbres, long de 30^m, large de 10^m, profond de $19^m,50$ jusqu'au bassin d'eau qui en remplit le bas; ce bassin lui-même mesure de 3^m à $14^m,50$ de profondeur. Des siphons impénétrables existent à ses deux extrémités. Avec MM. Jammes, Jeannel et Rudaux, nous y avons constaté le phénomène d'oscillation suivant dans le niveau de l'eau. Celle-ci monte de 4^m en 15 minutes, reste étale pendant 3 minutes et redescend en 40 minutes, rapidement pour le premier mètre, lentement pour les trois suivants; la durée de chaque *pulsation* complète est donc de 58 minutes; nous en avons observé trois, en 3 heures de temps.

Il n'y a point d'étale entre la fin de la descente et le début de la remontée suivante.

A 125^m ou 150^m au nord-est du gouffre de Poudak, se trouve un autre creux de dimensions analogues, mais bien moins profond. Là aussi le phénomène d'intermittence se manifeste, mais sous la forme de l'apparition et du tarissement alternatifs d'un vrai torrent; celui-ci, à travers des éboulis absolument impénétrables, se fait jour par l'amont de l'excavation et disparaît à nouveau par l'aval.

Le jeu de l'oscillation dure exactement moitié moins que dans le gouffre

de Poudak même, c'est-à-dire 29 minutes seulement : 8 minutes pour la montée du torrent et le remplissage du creux, 15 minutes pour la descente du flux et la vidange, 6 minutes pour l'arrêt et l'assèchement complet. Nous avons *minuté* quatre oscillations en 2 heures.

Plus en aval encore, tout un système de canaux souterrains, de pertes bifurquées, très curieusement disposées, aboutit à la sortie définitive de l'eau vers 510^m d'altitude.

On ne saurait émettre que des hypothèses imprécises sur l'existence de siphons d'inégaux diamètres, de bassins à orifices superposés, de canaux à plusieurs étages qui provoquent sans doute cette intermittence, plus singulière encore que celle de Fontestorbes, dans l'Ariège. D'ailleurs, d'après les renseignements recueillis sur place, le phénomène ne serait pas très fréquent. En tout cas, je n'en ai trouvé mention nulle part. Nous avons dû sa constatation à une copieuse chute de pluie survenue dans la nuit du 29 au 30 août.

La fluorescéine que nous avons jetée dans le bassin du gouffre de Poudak est apparue dans la seconde excavation au bout de 45 minutes. Divers autres détails, trop longs à rapporter ici, achèvent d'établir qu'il serait très intéressant d'entreprendre, en temps de sécheresse, le déblaiement du deuxième creux. Peut-être accéderait-on ainsi à des cavités qui révéleraient le véritable mécanisme des oscillations constatées et qui expliqueraient matériellement la théorie encore si obscure des fontaines intermittentes. En attendant, le gouffre de Poudak et ses dépendances doivent être désormais considérés comme un des plus singuliers exemples de cette sorte de phénomène naturel.

GÉOLOGIE. — *Sur les racines des nappes supérieures des Alpes occidentales.* Note de M. **Émile Haug**, présentée par M. Michel Lévy.

Il existe dans l'Embrunais et dans l'Ubaye un empilement de nappes qui n'est pas sans analogies avec celui des Préalpes. On y observe en recouvrement (E. Haug et W. Kilian, 1892), par-dessus la série autochtone à faciès dauphinois, la série suivante, dont les faciès rappellent tantôt la nappe moyenne des Préalpes (V), tantôt la nappe supérieure (VI) : Trias composé de quartzites, de calcaires gris très développés (VI), d'argilo-

lithes rouges et vertes (V); Rhétien fossilifère (V); Lias calcaire avec silex (V); Tithonique coralligène (VI); Néocomien à Bélemnites (V).

Les nappes de l'Ubaye ne viennent pas de loin, car les faciès du Trias supérieur et du Lias se retrouvent avec des caractères identiques près de Jausiers, dans le soubassement autochtone. Elles appartiennent au bord externe de la zone du Briançonnais. Lorsqu'on se dirige vers le bord opposé, on voit le Lias prendre le faciès de la brèche du Télégraphe (VII) et le Tithonique, celui des marbres bréchoïdes de Guillestre et des calcaires phylliteux (W. Kilian).

L'étude des faciès nous conduit à homologuer l'ensemble de la zone du Briançonnais aux nappes V, VI et VII.

Si nous suivons la zone du Briançonnais vers le Nord, nous la voyons passer en effet derrière la zone du mont Blanc. Sur son bord externe prend naissance la zone des Schistes Lustrés de la Seigne et du Val Ferret, continue avec celle du Valais, où nous avons supposé que se trouvait la racine de la nappe V. La région axiale de la zone du Briançonnais se prolonge de même au Nord par l'anticlinal du Grand Saint-Bernard, racine présumée de la nappe VI.

Des brèches liasiques ont été signalées sur le bord externe de la zone du Briançonnais, près de Moutiers-en-Tarentaise, dans le Val Ferret et près de Sion; aussi M. Schmidt cherche-t-il la racine de la Brèche en deçà de la zone du Grand Saint-Bernard. Mais comme il existe également des brèches vers le bord interne du Briançonnais, il est plus logique de placer la racine de la nappe VII au delà de la zone axiale, c'est-à-dire au delà de la racine que nous attribuons à la nappe VI. *Ni les nappes des Préalpes ni la nappe de la Brèche n'ont leurs racines sur le bord méridional des Alpes occidentales, aucune d'elles n'est une nappe à racines internes* (au sens de M. Lugeon).

Cette conclusion se trouve pleinement vérifiée par les remarquables travaux entrepris récemment dans les Grisons. M. Steinmann et ses élèves ont, en effet, très nettement établi que, dans cette région, les nappes helvétiques sont séparées des nappes des Alpes orientales, sous lesquelles elles s'enfoncent, par plusieurs nappes qui se succèdent partout dans le même ordre et qui correspondent, aussi bien par leurs faciès que par leur ordre de superposition, aux nappes de la Suisse centrale. Ces nappes sont les suivantes : 1° la masse puissante des schistes des Grisons, qui se trouve dans le prolongement des Schistes Lustrés du Valais et en continuité avec eux ; 2° la nappe supérieure des Préalpes (VI), caractérisée ici aussi par de puissants calcaires triasiques et par le Tithonique coralligène de la Sulzfluh ; 3° la nappe de la Brèche (VII), avec brèches liasiques identiques à celle du Chablais ; 4° la nappe des roches ophioli-

thiques (VIII), que nous définirons tout à l'heure; 5° la nappe inférieure des Alpes orientales. Cette superposition se retrouve jusque dans la région au nord du Splügen (H. Meyer, Welter), mais on ne peut guère espérer suivre les nappes à travers le Tessin et les raccorder avec les racines valaisanes, car, dans cette partie des Alpes, par suite d'une surélévation transversale très intense, toute la couverture sédimentaire des massifs cristallophylliens a disparu par dénudation (Lugeon et Argand). Seuls, les Schistes Lustrés et le Trias sous-jacent sont conservés dans les synclinaux qui pénètrent dans les grands plis couchés du Simplon et dans ceux du sud-ouest des Grisons (Adula, Tambo, Suretta). Tous ces plis, que l'on a assimilés à tort à des nappes, font partie de la zone des Schistes Lustrés du Valais; l'anticlinal du Grand Saint-Bernard passe plus au Sud et peut être suivi sans difficultés jusqu'à Domodossola.

La *Nappe ophiolithique* (nappe rhétique, Steinmann, non Rothpletz), dont M. Steinmann (1905) a établi l'existence, est constituée principalement par des calcschistes basiques, avec serpentines, euphotides, variolites, etc., et par des *radiolarites* du Jurassique supérieur.

Le même géologue a montré que, dans la Suisse occidentale, il existe, par-dessus les témoins de la nappe VII ou sur la nappe sous-jacente, des lambeaux de la nappe VIII, avec les mêmes roches vertes et les mêmes radiolarites (Fr. Jaccard, Rabowski, Jeannet). Des lambeaux semblables se retrouvent jusque dans le Chablais, où l'on connaît depuis longtemps des serpentines et des porphyrites variolitiques (Michel Lévy) superposés au Flysch qui enveloppe la Brèche. Enfin, plus au Sud encore, la même nappe a laissé des témoins superposés aux terrains de la zone du Briançonnais, au mont Jovet, près Moutiers (M. Bertrand), et à Prorel, près Briançon (P. Termier), sous la forme de schistes plus ou moins métamorphiques, avec *roches vertes* intercalées.

Conformément aux constatations faites pour les nappes précédentes, la racine de la nappe VIII doit se trouver en arrière du bord sud-est de l'anticlinal du Grand Saint-Bernard. Et, en effet, la *zone du Piémont* fait suite immédiatement à cet anticlinal, et l'on sait qu'elle comprend d'immenses épaisseurs de Schistes Lustrés, qui diffèrent de ceux du Valais par le grand développement qu'y prennent les roches ophiolithiques. Les deux masses, à peu près synchroniques, ont été à tort confondues; elles sont séparées par la zone du Grand Saint-Bernard, exactement comme les Schistes Lustrés des Grisons (V), prolongement de ceux du Valais, sont séparés des Schistes verts de la nappe ophiolithique (VIII) par les nappes VI et VII. Mais, tandis que la nappe ophiolithique des Grisons n'est qu'une lame d'une épaisseur relativement faible, où les couches secondaires sont privées de leur soubassement cristallophyllien, le substratum des Schistes Lustrés du Piémont apparaît sous la forme d'anticlinaux de calcaires néotriasiques, qui permettent d'attribuer la plus grande partie des schistes au Lias (S. Franchi), soit

sous la forme de grandes carapaces de roches cristallophylliennes (mont Rose, Grand Paradis, etc.), que MM. Lugeon et Argand envisagent, avec raison, comme les affleurements du flanc normal de vastes plis couchés encore partiellement enfouis.

Ces plis s'escaladent, comme font ceux de la région du Simplon. On conçoit très bien qu'en surface de tels accidents se soient traduits par des nappes et que la couverture sédimentaire des massifs cristallins ait été charriée sur les zones plus extérieures des Alpes. C'est ainsi qu'a pris naissance la nappe des roches ophiolithiques. La nappe VIII a donc sa racine dans la zone du Piémont et mériterait le nom de *nappe du Piémont*. Tous ses faciès caractéristiques s'y retrouvent, même les radiolarites du Jurassique supérieur, dont C.-F. Parona a découvert, dès 1892, un affleurement à Cézanne, en pleine région des roches vertes.

GÉOLOGIE. — *Sur l'extension de la craie marneuse aux environs de Foucarmont (Seine-Inférieure)*. Note de M. **Paul Lemoine**, présentée par M. Michel Lévy.

La géologie de la haute vallée de l'Yères, à hauteur de Foucarmont, a été peu étudiée ; je ne connais même aucun travail sur cette question. La Carte géologique en a cependant été dressée, à l'échelle du $\frac{1}{80000}$, d'abord par Passy (1861), puis par le Service de la Carte géologique (1871) ; sur cette dernière, toute la région a été teintée en craie blanche sénonienne, la craie marneuse turonienne n'affleurant que dans le fond de la vallée, à Foucarmont même. Ces données ont été reproduites depuis sur la Carte de France au $\frac{1}{320000}$.

Or, des explorations que j'ai faites pour la revision de la Carte géologique détaillée, il résulte que toute la haute vallée de l'Yères est constituée, non par de la craie blanche sénonienne, mais par de la craie marneuse turonienne. La limite des deux craies doit être reportée, de Foucarmont où elle était marquée, jusqu'à hauteur de la route de Ventes-Mares-Mésengères au Caule-Sainte-Beuve, c'est-à-dire à environ *huit kilomètres en amont*. Des modifications analogues doivent être faites dans tous les vallons latéraux et dans une partie de ceux qui vont à la Bresles, vers Vieux-Rouen et Bouafles, de sorte que la cartographie géologique de cette région en sera complètement modifiée.

Il est rare que, dans une région aussi bien connue que le Bassin de Paris, on puisse encore relever des rectifications de cette importance.

La craie qui affleure dans la haute vallée de l'Yères est, en effet, presque exclusivement de la craie marneuse.

Il y a de cela des *preuves multiples :*

1° Des *preuves pétrographiques.* — La craie blanche et la craie marneuse sont assez faciles à distinguer à l'aspect; de plus la craie blanche est chargée de silex, aux formes ramifiées, très gros, très compacts, de couleur bleue; la craie marneuse, au contraire, ne contient que très peu de silex; ceux-ci sont petits, moins durs, souvent même assez tendres, gris-jaunâtres; ce caractère des silex dans les deux craies paraît constant, aussi bien dans la vallée de l'Eaulne à l'Ouest que dans celle de la Bresles à l'Est, où je suis d'accord avec mes prédécesseurs sur la limite à adopter. Il est donc légitime d'appliquer ce criterium dans la vallée de l'Yères, intermédiaire.

2° Des *preuves topographiques.* — L'aspect des formes du terrain, la nature de la végétation et des cultures sont très différents dans les deux craies; ils le sont même à ce point qu'ils peuvent se voir au simple aspect de la Carte topographique détaillée.

3° Des *preuves stratigraphiques.* — La craie marneuse est surmontée par la zone de base de la craie blanche, avec très gros silex, qui contiennent des fossiles caractéristiques : *Cyphosoma radiatum* Sorigné; *Salenia granulosa* Forbes (*in* Cotteau) : *S. incrustata* Cotteau (*fide* Lambert), *Cidaris clavigera* Kœnigh; *Micraster* cf. *Normanniæ* Bucaille, *Holaster* sp. Cette zone fossilifère est caractéristique et facile à suivre depuis les points où elle est bien connue et repérée, comme Aumale, jusqu'au-dessus de la craie de Foucarmont. On a donc ainsi la preuve que celle-ci, située au-dessous de la base de la craie blanche sénonienne, est bien turonienne.

4° Des *preuves paléontologiques.* — Cette craie de Foucarmont est elle-même fossilifère; elle contient de nombreux débris d'*Inoceramus labiatus* et des *Terebratulina* cf. *gracilis,* fossiles considérés comme caractéristiques du Turonien.

En résumé, dans la plus grande partie de la vallée de l'Yères en amont de Foucarmont, il faudra substituer de la craie marneuse turonienne à la craie blanche sénonienne qu'on y avait marquée. Il est même possible qu'on puisse prouver l'existence de craie cénomanienne dans le fond de la vallée, à Foucarmont même.

Ces modifications auront un retentissement sur le tracé des axes tectoniques de la région; le synclinal de la vallée de l'Yères, qui débute sur la côte de la Manche à Criel, était encore assez net à Foucarmont, d'après la Carte ancienne; il ne l'est plus d'après les limites nouvelles.

Mlle **E. Branscombe Wood** adresse une *Étude sur la production scientifique de la voix.*

(Renvoi à l'examen de MM. d'Arsonval et Dastre.)

A 4 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 6 heures trois quarts.

G. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 24 mai 1909.

Associazione internazionale delle Accademie. Relazione per le riunioni del Comitato da tenersi in Roma nei giorni 1-3 *del giugno* 1909. Rome, imp. de la *R. Accademia dei Lincei*, 1909; 1 fasc. in-4°.

Carte du Chari, dressée par G. Bruel, 1905-1906, par ordre de M. Gentil, Commissaire général du Congo français; feuilles 1-19. Paris, Service géographique des Colonies; 19 feuilles in-plano. (Présentée par M. Bouquet de la Grye. Hommage de la colonie du Congo français et de l'auteur.)

Note sur la construction et la rédaction de la Carte de reconnaissance de la région du Chari, par M. G. Bruel. Paris, Augustin Challamel, 1908; 1 fasc. in-8°.

Idées nouvelles sur les tremblements de Terre, par M. Teissonnier. Paris, Monroty et Brunet, 1909; 1 fasc. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Gesammelte mathematische Werke, von L. Fuchs, herausgegeben von Richard Fuchs und Ludwig Schlesinger; Bd. III : *Abhandlungen* (1888-1902) *und Reden,* redigirt von Richard Fuchs. Berlin, Mayer et Müller, 1909; 1 vol. in-4°. (Hommage des auteurs.)

Commissao geographica e geologica de Estado de S. Paulo; folha de *Bragança,* escala 1 : 100000, edicao preliminar, 1909. S. Paulo e Rio, Hartmann Reichenbach; 1 feuille in-plano.

Swedish explorations in Spitzbergen 1758-1909 : *Historical sketch,* by A.-G. Nathorst. *Bibliography,* by J.-M. Hulth. *List of maps,* by G. de Geer. Stockholm, 1909; 1 fasc. in-8°.

Ergebnisse der Arbeiten des Samoa-Observatoriums der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. III : *Die Brandungsbewegungen des Erdbodens und ein Versuch ihrer Verwendung in der praktischen Meteorologie,* von Franz Linke, mit 3 Tafeln. Berlin, Weidmann, 1909; 1 fasc. in-4°.

Équivalentes tangenciales, par D. José Pueyo Garcia. Pontevedra, 1909; 1 fasc. in-8°.

Observatoire royal de Belgique. *Annuaire météorologique pour* 1909, publiée par les soins de J. Vincent. Bruxelles, 1908; 1 vol. in-12.

Year-Book of the Royal Society, 1909. Londres, Harrisson et fils, 1909; 1 vol. in-8°.

Commission géologique du Canada. *Rapport annuel* (nouvelle série), t. XII, 1899; texte et cartes. Ottawa, 1902; 1 vol. et 1 étui in-8°.

ERRATA.

—

(Séance du 5 avril 1909.)

Note de M. *Florence,* Le dosage précis, par gazométrie, de l'urée et de l'ammoniaque urinaires :

Page 944, ligne 16, *au lieu de* pour 100 d'urée décomposée, *lisez* pour 100 d'urée non décomposée.

Même page, ligne 26, *au lieu de* la proportion d'urée décomposée, *lisez* la proportion d'urée non décomposée.

Page 945, ligne 25, *au lieu de* 19^{cm^3}, *lisez* 10^{cm^3}.

Même page, ligne 4 en remontant, *au lieu de* litre d'urée, *lisez* litre d'urine.

Page 946, ligne 8, *au lieu de* 36^{cm^3} *lisez* 36^{cg}.

(Séance du 3 mai 1909.)

Note de MM. *A. Besson* et *L. Fournier,* Action de quelques agents oxydants sur le silicichloroforme :

Page 1193, lignes 11 et 12, *au lieu de* protoxyde d'azote, *lisez* peroxyde d'azote.